R

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 2 30/07/14 1:07 PM

Relativiteit

se

In 1905 publiceerde Albert Einstein de speciale relativiteitstheorie, die zo radicaal vernieuwend was dat hij er de wetenschapper van de eeuw mee werd. Verrassende vragen en antwoorden behoorden opeens tot de fysica, zoals:

- bestaat gelijktijdigheid? (nee);
- is het (theoretisch) mogelijk om binnen een minuut van de aarde naar de zon te reizen? (ja);
- kan iets (theoretisch) sneller dan het licht? (nee);
- kun je materie vernietigen? (ja);
- kun je massa vernietigen? (nee).

Over de achtergronden van deze en andere vragen gaat dit hoofdstuk.

Wegwijzer

Paragraaf	**Site**
R Relativiteit	Voorkennistest
R.1 Voorgeschiedenis	Kun je zo snel als het licht?
R.2 Tijd	Gelijktijdigheid Gps en relativiteit
R.3 Ruimte en beweging	
[redacted]	
R.5 Achtergronden	
R.6 Afsluiting	Samenvatting Extra opdrachten Uitwerkingen oefenopgaven

Startopdrachten

1

Op de foto hiernaast zie je Einstein. In de introtekst hierboven staan vijf vragen met daarbij de antwoorden zoals die uit Einsteins relativiteitstheorie volgen. Welke antwoorden lijken met elkaar in tegenspraak?

2

Doe op de site de voorkennistest.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 3 30/07/14 1:08 PM

R.1 Voorgeschiedenis

In figuur R.1 zie je een geblindeerde magneettrein die met constante snelheid rijdt. De trein rijdt *volledig* gelijkmatig: hij schokt nooit en gaat nooit door een bocht.

Startopdracht

3

Is er een experiment dat je *in* die geblindeerde magneettrein kunt doen, waarmee je kunt bepalen hoe snel de trein gaat? Als je antwoord ja is, omschrijf het experiment.

Het relativiteitsprincipe van Galileï

In figuur R.2 zie je Roy die op een rijdende auto staat. De auto rijdt 50 km/h. Hij gooit een bal met 60 km/h horizontaal naar achteren, naar Pink die stilstaat op straat. Roy ziet de bal dan met 60 km/h naar achteren gaan en Pink ziet de bal met 10 km/h op zich af komen.

Die twee waargenomen snelheden schelen 50 km/h met elkaar: precies de autosnelheid. Dit is geen toeval. Ook bij een andere waarde van de gooisnelheid gaat dit zo. Algemeen geldt: als je de snelheid weet die de één meet, kun je berekenen wat de ander meet.

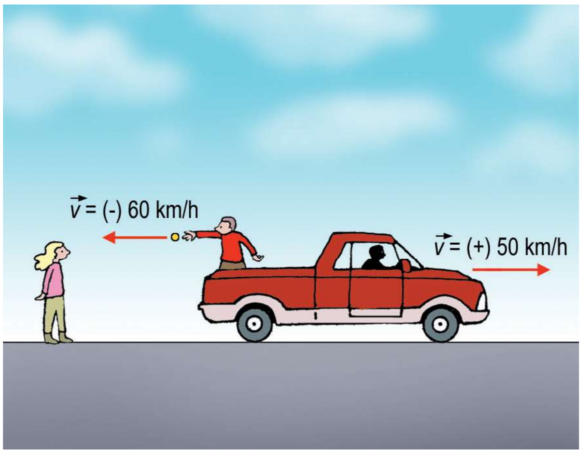
Je zegt dat de twee personen zich in een verschillend **inertiaalstelsel** bevinden. Een inertiaalstelsel is een coördinatenstelsel dat met *constante* (ofwel eenparige) snelheid beweegt. Een **niet-inertiaalstelsel** is een stelsel dat niet met constante snelheid beweegt. Dan is er sprake van versnelling.

Strikt genomen bevinden Roy en Pink zich in een niet-inertiaalstelsel: ze zitten namelijk op de aarde, die zowel om haar as draait als om de zon. Bij cirkelbewegingen is sprake van (middelpuntzoekende) versnelling. De effecten hiervan zijn echter in bovenbeschreven situatie verwaarloosbaar. Over het algemeen beschouw je alles wat stilstaat op aarde, en ook alles wat met constante snelheid beweegt ten opzichte van de aarde, als iets wat zich in een inertiaalstelsel bevindt.
Je kunt herkennen of je in een inertiaalstelsel zit. Dan geldt namelijk de eerste wet van Newton. Als je bijvoorbeeld in een remmende raket zit (een niet-inertiaalstelsel) en je laat een balletje los, dan zie *jij* dat balletje versneld omhoog bewegen, terwijl er geen krachten op het balletje werken, in tegenspraak met de eerste wet van Newton.

Galileï (en ook Newton) stelden dat de wetten van de mechanica in alle *inertiaalstelsels* hetzelfde zijn. Je noemt dit het **relativiteitsprincipe**.

Dit sluit aan bij je dagelijkse ervaring. Als je bijvoorbeeld gaat biljarten of tafeltennissen in de magneettrein uit de startopdracht, dan bewegen de ballen niet

R.1 Een geblindeerde magneettrein



R.2 Een bal gooien vanaf een rijdende auto

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 4 30/07/14 1:08 PM

anders dan normaal. Ze bewegen wel anders als de trein bijvoorbeeld schudt. Maar het schudden maakt het stelsel meteen niet-inertiaal: het stelsel beweegt dan niet eenparig.

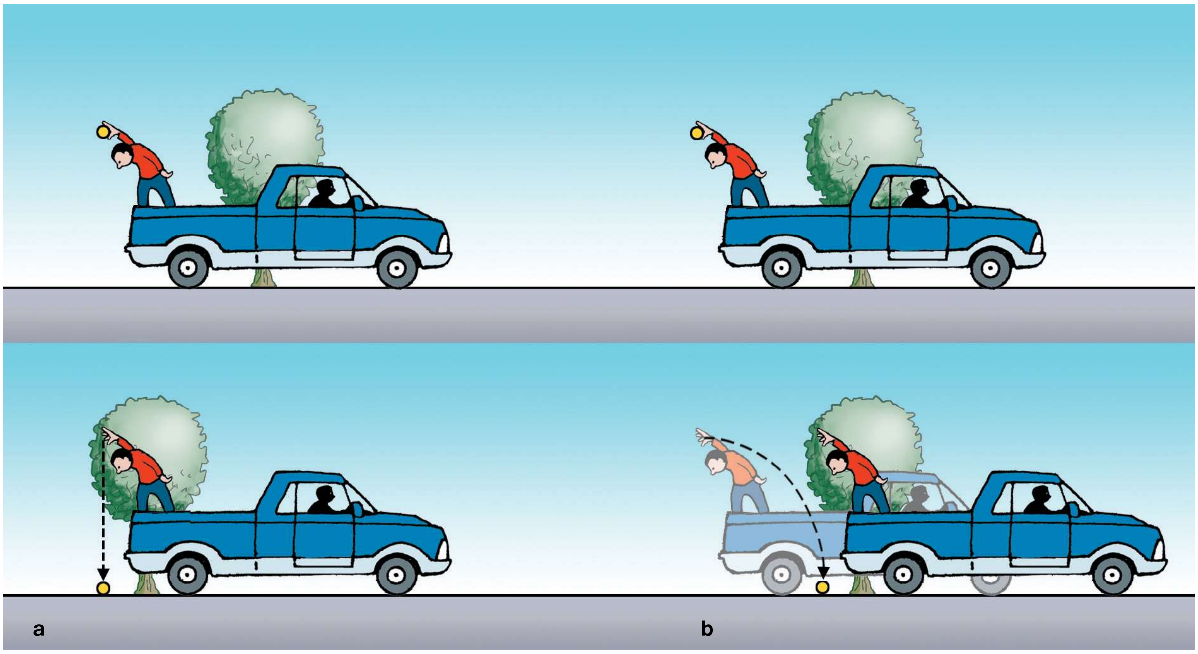
In bovengenoemde voorbeelden zag je dat het relativiteitsprincipe geldt voor *eenparige bewegingen*. Beide personen meten weliswaar een andere snelheid, maar ze zijn het erover eens dat die snelheid *constant* is. De achterliggende natuurwet (de eerste wet van Newton) geldt in beide stelsels.
Beschouw als voorbeeld van een *niet-eenparige beweging* in twee verschillende inertiaalstelsels de volgende situatie: Roy staat weer op de rijdende auto, Pink staat stil op straat (tegenover de boom), de luchtweerstand is verwaarloosbaar. Roy laat een bal vallen en ziet een verticale rechtlijnige beweging, zie figuur R.3a. Pink ziet een paraboolbaan, zie figuur R.3b. Dat de banen verschillen is niet in tegenspraak met het relativiteitsprincipe: het principe zegt alleen iets over de *wetten* van de mechanica, in dit geval de gravitatiewet en de bewegingswetten. Die wetten zijn in beide stelsels identiek. Roy ziet een vrije val *zonder* horizontale beginsnelheid, Pink ziet een vrije val *met* horizontale beginsnelheid.

Volgens het relativiteitsprincipe van Galileï zijn alle inertiaalstelsels equivalent (= gelijkwaardig) om mechanicaproblemen mee te beschrijven. Het ene inertiaalstelsel is niet beter dan het andere. Hierdoor staat er geen stelsel in *absolute* zin stil. Absolute snelheid bestaat niet, alleen **relatieve snelheid**. Als raket 1 door een leeg heelal vliegt, terwijl raket 2 hem inhaalt, kun je zowel zeggen:
- raket 1 staat stil; raket 2 heeft een positieve snelheid,
- raket 2 staat stil; raket 1 heeft een negatieve snelheid,
- raket 1 heeft een (willekeurige!) positieve snelheid; raket 2 heeft een grotere positieve snelheid,
- raket 2 heeft een (willekeurige!) negatieve snelheid; raket 1 heeft een grotere negatieve snelheid.

(Hierbij is de positieve richting de richting waarin de neuzen van de raketten wijzen.)

De vraag is of het relativiteitsprincipe alleen geldt voor de wetten van de mechanica, of voor alle natuurwetten.

● Een inertiaalstelsel is een coördinatenstelsel dat met constante snelheid beweegt. Het relativiteits-principe van Galileï geldt:
a de wetten van de mechanica zijn in alle inertiaal-stelsels hetzelfde;
b absolute snelheid bestaat niet, alleen relatieve snelheid.
Je kunt herkennen dat je in een inertiaalstelsel zit, doordat dan de eerste wet van Newton geldt.



R.3 Een bal laten vallen als je op een rijdende auto staat: **a** waargenomen door Roy **b** waargenomen door Pink

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 5 30/07/14 1:08 PM

Het relativiteitsprincipe bij elektromagnetisme

In 1865 formuleerde de briljante fysicus en wiskundige Maxwell een aantal zeer succesvolle wetten: de maxwellvergelijkingen. Deze vergelijkingen beschrijven het elektromagnetisme, waaronder elektromagnetische golven. De vergelijkingen beschrijven die als wisselende elektrische velden die magnetische velden opwekken, en vice versa. Je kunt met de maxwelvergelijkingen de voortplantingssnelheid uitrekenen: $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. Dit stemt overeen met de lichtsnelheid. Men leerde hiermee dat licht een elektromagnetisch verschijnsel is, een grote doorbraak in die tijd. De vraag was alleen: in welk inertiaalstelsel meet je die $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s? Hiervoor waren meerdere 'kandidaten' als antwoord.

Kandidaat 1: in een inertiaalstelsel dat stilstaat in de 'ether'

Alle overige bekende golven bewegen in een medium: bijvoorbeeld watergolven in water, geluidsgolven in lucht, en gitaargolven in een snaar. Men vermoedde dat ook licht een medium nodig heeft, de **ether** genaamd: een of andere ijle tussenstof die het heelal zou vullen. Alleen als je stilstaat ten opzichte van de ether meet je $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, alleen dan gelden de maxwellvergelijkingen. Het zou mogelijk moeten zijn je snelheid ten opzichte van de ether te bepalen. Zou er zo toch een absolute beweging bestaan?

Kandidaat 2: in het inertiaalstelsel van de waarnemer

Als een ster met grote snelheid op je afkomt, meet je dan een andere lichtsnelheid? Als een ster bijvoorbeeld met $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s op je afkomt, meet je dan: $2{,}0 \cdot 10^8 + 3{,}0 \cdot 10^8 = 5{,}0 \cdot 10^8$ m/s? Uit de maxwellvergelijkingen volgt dat je dan nog steeds $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s meet. Kandidaat 2 was een minder serieuze kandidaat dan kandidaat 1: bij geluid geldt dit bijvoorbeeld niet. Of een trein nu naar je toe beweegt of stilstaat, het geluid bereikt je in beide gevallen met 340 m/s.

Kandidaat 3: in het inertiaalstelsel van de lichtbron

Dit was een serieuzere kandidaat dan kandidaat 2. Als jij naar een geluidsbron toe beweegt, meet je wel een grotere geluidssnelheid dan 340 m/s. Uit de maxwellvergelijkingen volgt dat dit voor licht niet zo is: je meet altijd $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. In de tijd van Maxwell sloten echter de meest gangbare theorieën en ook (indirecte) experimenten deze kandidaat uit.

Kandidaat 1 is in 1887 zeer nauwkeurig onderzocht door Michelson en Morley (zie de volgende pagina). Voor een directe meting van kandidaat 2 was in die tijd de apparatuur nog niet nauwkeurig genoeg. Kandidaat 2 is pas op een directe wijze gemeten in 1913 (acht jaar na de publicatie van Einsteins theorie), door de Nederlander De Sitter. Die onderzocht dubbelsterren waarbij ster 1 van ons af beweegt en ster 2 naar ons toe. De Sitter vond geen lichtsnelheidsverschillen tussen licht van ster 1 en licht van ster 2. Kandidaat 3 is pas in 1924 op directe wijze onderzocht en uitgesloten door Tomaschek, die licht van sterren onderzocht met de opstelling van Michelson en Morley.

Rond 1880 rees het vermoeden dat de maxwellvergelijkingen incompleet waren. Er waren bezwaren tegen de theorie van het elektromagnetisme.

Bezwaar 1

Allereerst voldeden de maxwellvergelijkingen niet aan het relativiteitsprincipe, omdat ze alleen geldig waren in een stelsel dat stilstaat in de ether. Men dacht dat er extra termen bij moesten om rekening te houden met een snelheid.

Einstein had nog meer bezwaren tegen het relativiteitsprincipe in combinatie met elektromagnetisme.

Bezwaar 2

Einstein deed het volgende gedachte-experiment: hij stelde zich voor wat er gebeurt als je met $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s meereist naast een lichtstraal. Je ziet dan een *stilstaand* elektromagnetisch bergen-en-dalenpatroon. Dit is in tegenspraak met de theorie van Maxwell: juist de *verandering* van het magnetisch veld wekt steeds het elektrisch veld van de golf op, en vice versa. Stilstaande golven bestaan niet.
De oplossing van Einstein was dat reizen met de lichtsnelheid onmogelijk moest zijn.

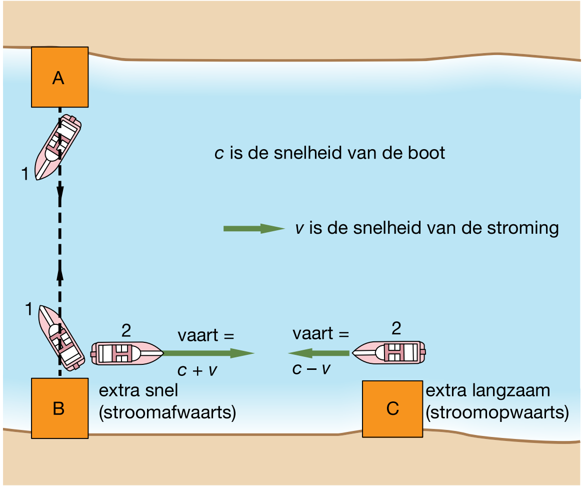
Bezwaar 3

Als een magneet beweegt, wekt dat een elektrisch veld op. Als elektrische lading beweegt, wekt dat een magnetisch veld op. Maar hoe zit dat in een inertiaalstelsel dat meebeweegt met de bewegende lading? In dat inertiaalstelsel staat de lading stil, dus volgens dat stelsel is er geen magneetveld.
Dit voldoet op het eerste gezicht niet aan het relativiteitsprincipe: bij een stelsel dat niet meebeweegt ontstaat wel een magneetveld, bij een meebewegend stelsel niet.

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 6 30/07/14 1:08 PM

De oplossing van Einstein was dat het afhangt van de waarnemer of het magnetische veld ontstaat of niet. Magnetische velden ontstaan niet doordat lading absoluut beweegt (ten opzichte van bijvoorbeeld ether), ze ontstaan doordat lading relatief beweegt ten opzichte van een waarnemer. Waarnemers nemen verschillende velden waar. Om een probleem objectief te beschrijven, moet je elektriciteit en magnetisme gezamenlijk beschouwen. Dit is vergelijkbaar met de twee personen die de bal zagen vallen uit de rijdende auto: de een ziet een paraboolbaan, de ander een verticale rechtlijnige beweging. De waarneming in een ander inertiaalstelsel verschilt, de wetten niet. Dat geldt ook hier: de waarneming in een ander inertiaalstelsel verschilt (wel een magnetisch veld of geen magnetisch veld), de elektromagnetische wetten niet. In moderne termen kun je zeggen: een magnetisch veld, en ook een elektrisch veld, is een relativistisch effect.

● **De elektromagnetische theorie voldoet op het eerste gezicht niet aan het relativiteitsprincipe:**
1. **de vergelijkingen lijken alleen te gelden voor een stelsel dat stilstaat in ether,**
2. **als je met de lichtsnelheid meereist met een lichtstraal zie je de lichtstraal stilstaan, stilstaande lichtstralen bestaan niet volgens de theorie,**
3. **in een inertiaalstelsel dat meebeweegt met bewegende lading ontstaat geen magneetveld, in ieder ander inertiaalstelsel wel.**



R.4 Een boot legt op twee manieren dezelfde afstand af in een stromende rivier.

Het experiment van Michelson en Morley

Michelson en Morley wilden in 1887 experimenteel verifiëren dat de aarde door de stilstaande ether beweegt. Dat was namelijk waar men toentertijd van uitging, door eerdere experimenten en theorieën. Ze wisten: de aarde beweegt in een cirkelbaan om de zon met $3 \cdot 10^4$ m/s. Ze ontwikkelden een zeer nauwkeurig meetinstrument, een interferometer, waarmee de invloed van die $3 \cdot 10^4$ m/s tot een meetbaar resultaat moest leiden.
Het achterliggende principe is als volgt. In figuur R.4 zie je twee boten in een stromende rivier die op twee manieren dezelfde afstand afleggen (AB = AC), met dezelfde motorkracht.
Boot 1 vaart op en neer van A naar B en weer terug, in de richting loodrecht op de stroomrichting. Hiervoor moet deze boot steeds iets schuin varen ten opzichte van de lijn AB, om te corrigeren voor de stroomsnelheid.
Boot 2 vaart op en neer van A naar C, de heenweg is met de stroom mee, de terugweg tegen de stroom in. Boot 1 is sneller dan boot 2, met name doordat boot 2 langere tijd nadeel heeft van stroom tegen dan dat hij voordeel heeft van stroom mee. Als de boten tegelijk starten, komen ze met een tijdverschil Δt weer terug bij het startpunt.
Michelson verwoordde het zelf zo voor zijn dochter: ‘Twee lichtstralen doen wie het snelste kan, net als twee zwemmers; de een steekt de afstand simpelweg over en komt terug, de ander worstelt tegen de stroom in en weer terug. Als er in de rivier ook maar enige stroming staat, zal de eerste zwemmer altijd winnen.’

In figuur R.5b op de volgende pagina staat schematisch de opstelling van Michelson en Morley weergegeven. Lichtstraal 1 en 2 zijn vergelijkbaar met respectievelijk boot 1 en 2. Het tijdverschil Δt leidt bij de lichtstralen tot een faseverschil en daardoor tot interferentie. Als de aarde door de ether beweegt, zou op aarde een soort ‘etherwind’ meetbaar moeten zijn. De stroomsnelheid van de rivier is in bovenstaande analogie de snelheid van de ‘etherwind’. Een verschil met de boten is dat de richting van de ‘etherwind’ niet bekend was, terwijl de bootbestuurders wel de rivierstroomrichting kennen. Vandaar dat Michelson en Morley hun opstelling langzaam over 360° horizontaal lieten draaien, in de verwachting dat er veranderingen in het interferentiepatroon zouden optreden (bijvoorbeeld als lichtstraal 1 dezelfde richting heeft als de ‘etherwind’).

244022_Physics 4NA TF.indd 7
30/07/14 1:08 PM

Tot hun verbazing veranderde er *niets* significants. Ze voerden de proef daarna overdag uit en 's nachts (zodat de oriëntatie van de aarde ten opzichte van de zon anders is door de draaiing van de aarde). Ze voerden de proef in verschillende seizoenen uit (zodat de aarde op een andere locatie in haar baan om de zon is). Niets had ook maar enig effect. Dit was in die tijd een schokkende ontdekking. Als je bij een experiment het verwachte effect niet waarneemt, noem je dat een **nulresultaat**.

Kandidaat 1 viel dus af, het ging niet om een snelheid ten opzichte van de ether. Zou het dan toch kandidaat 3 (of 2) zijn? Ging het toch om de snelheid ten opzichte van de bron? Bij hun experiment gebruikten Michelson en Morley een lokale bron. Om kandidaat 3 uit te sluiten, heeft Tomaschek in 1924 gemeten aan licht afkomstig van een ster. Ook dat gaf een nulresultaat en sloot kandidaat 3 uit.

Het experiment van Michelson en Morley is uiteindelijk de geschiedenis ingegaan als het beroemdste experiment dat 'mislukt' is.

● **Het experiment van Michelson en Morley gaf een nulresultaat: het resultaat was in tegenspraak met de toenmalige (foute) theorie dat de aarde door de ether beweegt.**

De twee postulaten van Einstein

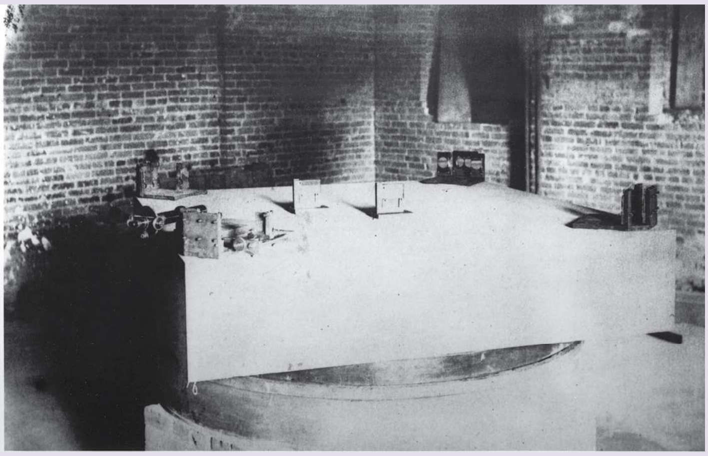
Einstein verwierp de ether: volgens Einstein kunnen elektromagnetische golven zich gewoon door vacuüm voortplanten en hebben ze geen medium nodig. De maxwellvergelijkingen behoefden geen extra termen of aanpassing. Einstein formuleerde in 1905 twee postulaten, die alle bovenstaande problemen oplosten. Een postulaat is een niet-bewezen bewering die je aanvaardt. Mocht ooit het tegendeel worden bewezen, dan verwerp je het postulaat.

1 in elk inertiaalstelsel zijn alle wetten van de fysica hetzelfde,
2 de lichtsnelheid in vacuüm is in elk inertiaalstelsel gelijk aan c, ongeacht de snelheid van het inertiaalstelsel ten opzichte van de lichtbron.

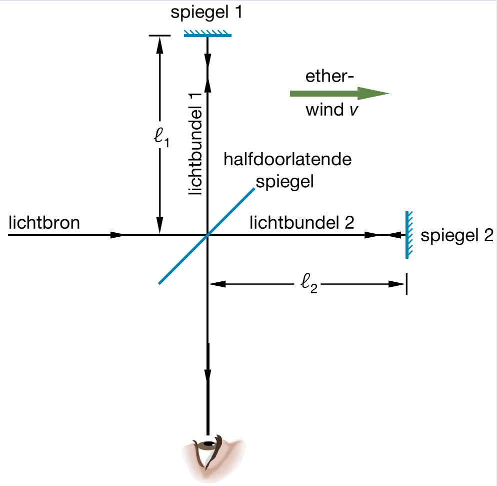
Het tweede postulaat heeft verbluffende consequenties voor ruimte en tijd. Als jij ziet dat auto R met 100 km/h naar rechts rijdt en auto L rijdt met 300 km/h naar links, dan is de snelheid van auto R ten opzichte van auto L relatief 400 km/h.
Als jij ziet dat een raket met 100 000 km/s naar rechts gaat, en een lichtstraal gaat met 300 000 km/s naar links, dan meet de raketbestuurder *niet* 400 000 km/s voor de snelheid van het licht, maar nog steeds 300 000 km/s. Dat kan alleen als:

a ofwel ruimte voor jou anders is dan voor de raketbestuurder,
b ofwel tijd voor jou anders verstrijkt dan voor de raketbestuurder,
c beide het geval zijn.

R.5 Michelson en Morley proberen in 1887 te verifiëren dat de aarde door de ether beweegt.



a de draaibare opstelling



b schematische weergave van de stralengang

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 8 30/07/14 1:08 PM

In de volgende paragrafen leer je dat *beide* veranderen. Ruimte en tijd zijn niet absoluut. Alleen de lichtsnelheid is absoluut. Uit de relativiteitstheorie volgt dus niet dat *alles* relatief is. Er volgt wel uit: veel begrippen waarvan men dacht dat ze absoluut waren, blijken relatief. Terwijl één begrip waarvan men het niet verwachtte (de lichtsnelheid) juist absoluut blijkt. De relativiteitstheorie is om die reden ook wel eens de 'absolutiteitstheorie' genoemd: ze beschrijft de 'absolutiteit' van de lichtsnelheid.
De wijze waarop je ruimte en tijd ervaart, hangt dus af van je bewegingstoestand.

Een belangrijk hulpmiddel dat Einstein gebruikte toen hij zijn theorie opstelde was het **gedachte-experiment**: een experiment dat je niet in werkelijkheid uitvoert, maar alleen in je gedachten.

● Ether bestaat niet. De maxwellvergelijkingen zijn wel correct. De twee postulaten die volgens Einstein alles verklaren zijn:
1 in elk inertiaalstelsel zijn *alle* wetten van de fysica hetzelfde,
2 de lichtsnelheid in vacuüm is absoluut, deze is in elk inertiaalstelsel gelijk aan *c*.

Site

Kun je zo snel als het licht?
Deze film geeft je een introductie in relativiteit.

Opdrachten

B 4

Hoe wist men (rond 1900) dat licht niet *lucht* als medium gebruikte? Waarom dacht men ether nodig te hebben in plaats van lucht?

B 5

Ether vult (volgens ethertheorieën) het heelal. Men dacht ook dat het stoffen als glas en water vulde. Op grond van welke waarneming kun je tot die conclusie komen?

B 6

Vul in: *afhankelijk van* of *niet afhankelijk van*.
Voor geluid geldt:
a de geluidsnelheid is … van de snelheid van de geluidsbron.
b de geluidssnelheid waarmee geluid beweegt ten opzichte van jou is … van je eigen snelheid.

Voor licht geldt:
c de lichtsnelheid is … van de snelheid van de lichtbron.
d de lichtsnelheid waarmee licht beweegt ten opzichte van jou is … van je eigen snelheid.

C 7 *

Jongen 1 staat op een rijdende auto, die 96 km/h rijdt. Jongen 2 staat op de grond, achter de auto. Jongen 1 gooit een bal naar voren met een snelheid van 36 km/h.
a Welke snelheid meet jongen 2 voor de bal?

Er vliegt een vogel voorbij. De snelheid van de vogel is 96 km/h. De snelheidsvector van de vogel staat loodrecht op de snelheidsvector van de auto.
b Welke snelheid meet jongen 1?
c Welke snelheid meet jongen 2?
d Leg uit waarom de snelheden niet 96 km/h van elkaar verschillen.
e Leg uit of het relativiteitsprincipe van Galileï en Newton nu is geschonden.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 9 30/07/14 1:08 PM

C 8 *

Je bevindt je in een raket die met constante snelheid door de ruimte vliegt. Je hebt een voorwerp in je hand dat je loslaat.

a Wat gebeurt er vervolgens met het voorwerp?

b Leg uit of de eerste wet van Newton altijd geldig is als je je in een inertiaalstelsel bevindt.

Je bevindt je in een raket die eenparig versneld door het heelal vliegt. De versnelling is in de richting van je voeten naar je hoofd. Je houdt wederom een voorwerp in je hand, dat je loslaat.

c Wat gebeurt er vervolgens met het voorwerp?

d Leg uit of de eerste wet van Newton geldig is in dit niet-inertiaalstelsel.

e Leg uit of het relativiteitsprincipe van Galileï en Newton nu is geschonden.

f Leg uit hoe je kunt bepalen dat je in een niet-inertiaalstelsel zit.

g Leg uit of je voor bovenstaand voorbeeld van de versnelde raket geldt dat je vanuit een inertiaalstelsel kunt berekenen wat iemand in een niet-inertiaalstelsel waarneemt.

C 9

Je bevindt je in een inertiaalstelsel: een raket die met constante snelheid door een leeg heelal vliegt.

a Leg uit of je een experiment kunt doen waarmee je de snelheid van die raket kunt bepalen. Als je antwoord ja is, beschrijf dat experiment.

Je bevindt je in een niet-inertiaalstelsel: je bevindt je in een raket die met een versnelling van 20 m/s^2 door het heelal vliegt.

b Leg uit of je een experiment kunt doen waarmee je de versnelling van die raket kunt bepalen. Als je antwoord ja is, beschrijf dat experiment.

c Leg uit of je een experiment kunt doen, waarmee je de snelheid van die raket kunt bepalen. Als je antwoord ja is, beschrijf dat experiment.

d Leg uit of er ook maar één iemand kan zijn in het hele heelal, die terecht mag zeggen dat hij stilstaat.

C 10 *

Je hebt het experiment van Michelson en Morley vergeleken met bootjes in een rivier. Het was belangrijk dat die bootjes in twee loodrechte richtingen *identieke* afstanden aflegden. De twee loodrechte afstanden (de armen) zijn in het experiment van Michelson en Morley zo'n 11 m, licht heeft een golflengte van minder dan een micrometer.

a Leg uit dat de twee loodrechte afstanden bij het experiment Michelson en Morley nooit *echt* identiek zijn.

b Leg uit wat Michelson en Morley deden om dit probleem te omzeilen, waardoor ze toch conclusies konden trekken uit hun experiment.

C 11

Het volgende experiment is uitgevoerd meer dan vijftig jaar voor het experiment van Michelson en Morley. Je kijkt door een telescoop naar een lichtbron die stilstaat ten opzichte van de telescoop. De lichtbron zendt een evenwijdige lichtbundel uit in de richting van de telescoop. Een telescoop heeft twee lenzen: door de oculairlens kijk je met je oog, door de objectieflens komen de lichtstralen binnen. Figuur R.6 toont hoe de objectieflens een evenwijdige lichtbundel convergeert naar het brandpunt F.

Je kijkt door de telescoop naar een ster. Ga er bij **a** en **b** van uit dat er *wel* een effect van ether is. De ster en de zon staan beide stil in de stilstaande ether. De aarde draait om de zon en beweegt met 30 km/s naar de ster toe.

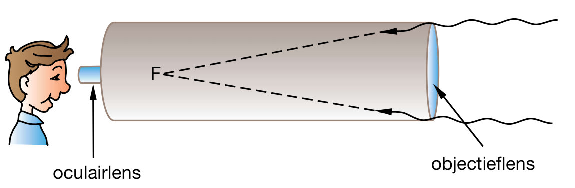
a Schets hoe de objectieflens de evenwijdige bundel van de ster convergeert. Geef duidelijk aan wat er is veranderd aan de positie van het brandpunt F ten opzichte van figuur R.6.

Een half jaar later beweegt de aarde met 30 km/s van de ster af.

b Schets hoe de objectieflens de evenwijdige bundel van de ster dan convergeert.

Een verplaatsing van het brandpunt is nooit gemeten.

c Welke conclusie kun je daaruit trekken?



R.6 Een telescoop

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 10 30/07/14 1:08 PM

C 12 *

Mensen die sterren een jaar lang observeren, bemerken zowel parallax als aberratie. Parallax ontstaat doordat de positie van de aarde een half jaar later precies aan de andere kant van de zon is (zie ook hoofdstuk 11, paragraaf 3). Aberratie ontstaat door de snelheid van de aarde om de zon. Als je een ster observeert recht boven je, terwijl je een snelheid hebt loodrecht op de lichtstralen, dan neem je de ster (iets) schuin verschoven waar. Aberratie van sterren in de Melkweg ontstaat doordat de aarde met $3 \cdot 10^4$ m/s om de zon draait. Parallax is afhankelijk van de afstand tot een ster, aberratie niet. Aberratie is alleen afhankelijk van de snelheid waarmee de aarde om de zon draait. Om een beetje gevoel van grootteorde te geven:

- de jaarlijkse parallax van Alpha Centauri (4,3 lichtjaar van ons verwijderd) is 0,76 boogseconden,
- de jaarlijkse aberratie van alle sterren uit de Melkweg is voor iedere ster hetzelfde, en is gelijk aan zo'n 20 boogseconden.
- de jaarlijkse aberratie van sterren of sterrenstelsels buiten de Melkweg is zelfs nog groter, en hangt samen de snelheid waarmee het zonnestelsel ronddraait in de Melkweg.

Waarnemingen aan aberratie zijn gebruikt om uit te sluiten dat de aarde de ether 'meesleept'.

Je kunt aberratie vergelijken met lopen door de regen. De regen valt loodrecht naar beneden, maar als jij erdoorheen loopt, neem je waar dat de regen schuin naar je toe valt.

Je bootst dit als volgt na. Je hebt een enorme 'douchekop' met een straal van 10 m, die recht boven je hangt. Het water valt eerst loodrecht omlaag. Jij staat op een kar. De kar rijdt tegen de klok in een rondje onder de 'regen' door.

a Geef aan naar welke kant de regen voor jou beweegt als de kar:
1 noordwaarts beweegt,
2 westwaarts beweegt,
3 zuidwaarts beweegt,
4 oostwaarts beweegt.

b Leg uit dat hoe je met dit experiment kunt aantonen dat de kar een rondje rijdt.

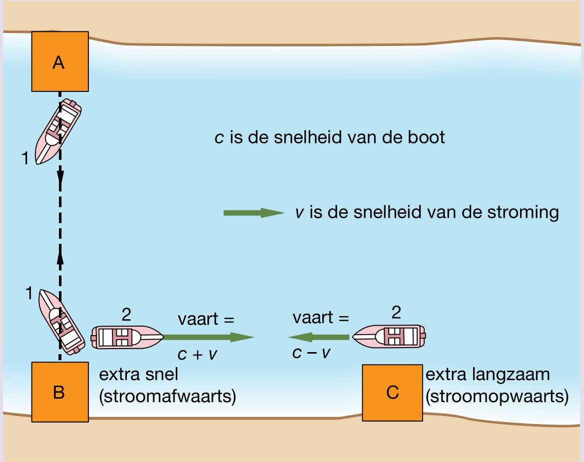
Je zet een enorme ventilator achter op het karretje. De wind die uit de ventilator komt heeft *dezelfde* snelheid als het karretje dat het rondje rijdt.

c Leg uit dat je nu geen aberratie meet.

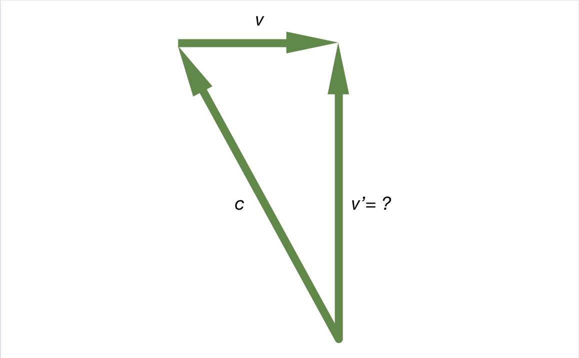
d Leg uit hoe je kunt aantonen of de aarde ether 'meesleept'. (Dit noem je de 'etherdrag'-theorie.)

D 13

In figuur R.7 zie je het botenmodel waarmee je het experiment van Michelson en Morley kunt vergelijken. De bootsnelheid noem je c (die is vergelijkbaar met de lichtsnelheid), de watersnelheid noem je v (die is vergelijkbaar met de ethersnelheid). Beide boten leggen een afstand ℓ tweemaal af. Beschouw allereerst de boot die de rivier oversteekt (in de y-richting).



R.7 Botenmodel dat de opstelling van Michelson en Morley nabootst



R.8 De snelheidsvector voor het bootje dat de rivier oversteekt

Figuur R.8 toont de snelheidsvector van deze boot.

a Leid een uitdrukking af of voor v', waarbij je v' uitdrukt in v en c. Zie figuur R.8.

b Leid een uitdrukking af voor de tijd die boot 1 over het op en neer gaan doet.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 11 30/07/14 1:08 PM

c Leid een uitdrukking af voor de tijd die boot 2 over zijn heenweg doet.
d Leid een uitdrukking af voor de tijd die boot 2 over zijn terugweg doet.
e Wat is de totale tijd die boot 2 voor zijn trip nodig heeft?

Je hebt nu een uitdrukking voor de tijd van boot 1 en de tijd van boot 2. Die uitdrukkingen lijken (wellicht) nog niet genoeg op elkaar om al conclusies te kunnen trekken.

f Schrijf de uitdrukking van antwoord **b** zodanig, dat in de noemer de term $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ voorkomt.
g Schrijf de uitdrukking van antwoord **e** zodanig, dat in de noemer de term $(1 - v^2 / c^2)$ voorkomt.
h Vergelijk antwoord **f** en **g** met elkaar en leg uit dat zodra er stroming is, boot 1 altijd wint.

Na deze paragraaf kun je:

- de volgende begrippen uitleggen: inertiaalstelsel, relativiteitsprincipe, ether, nulresultaat;
- uitleggen welke problemen de maxwellvergelijkingen hadden met betrekking tot het relativiteitsprincipe;
- uitleggen hoe het experiment van Michelson & Morley in elkaar zit en uitleggen waarom dit experiment op gespannen voet stond met het relativiteitsprincipe;
- de twee postulaten van Einstein noemen;
- kwalitatief de gevolgen van een constante lichtsnelheid benoemen voor ruimte en tijd.

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 12 30/07/14 1:08 PM

R.2 Tijd

In figuur R.9 zie je drie tekeningen van de afstoot van een poolbiljartwedstrijd. De afbeeldingen staan niet in chronologische volgorde.

Startopdracht

14

a Zet de tekeningen in chronologische volgorde.

Stel, iemand beweert dat de volgorde *precies* andersom is van wat jij bij **a** als antwoord gaf.

b Leg uit of er *echt* een natuurwet wordt gebroken als je de tekeningen in tegenovergestelde volgorde zet.

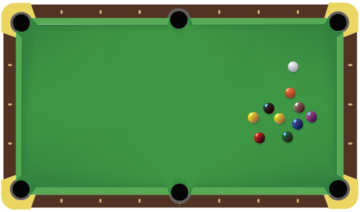
De twee postulaten van Einstein lijken niet erg schokkend, maar de consequenties komen wel vreemd over. Deze paragraaf gaat over gelijktijdigheid, tweelingen die niet meer even oud zijn, klokken die niet gelijk meer lopen en over de vraag wat tijd is.

Gelijktijdigheid

Waarnemers in verschillende inertiaalstelsels meten verschillende tijdintervallen. Evenzo zullen ze van mening verschillen of gebeurtenissen gelijktijdig plaatsvinden. Dit blijkt uit het volgende gedachte-experiment. Waarnemer Trijntje zit in het midden van een zeer snel treinstel, waarnemer Stilly staat stil en ziet de trein voorbij rijden. Beiden kunnen lichtstralen zien bewegen.

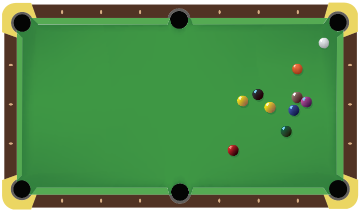
Trijntje doet in het midden van het treinstel een lamp aan *precies* op het moment dat het hoofd van Trijntje recht voor het hoofd van Stilly is.

Trijntje ziet dan een lichtstraal naar links en rechts vertrekken, met *haar* hoofd als midden (zie figuur R.10). Stilly ziet een lichtstraal naar links en rechts vertrekken met *zijn* hoofd als midden (zie figuur R.11). De lichtstralen komen voor Trijntje gelijktijdig aan de linkerkant en rechterkant van het treinstel aan. Stilly ziet iets anders: hij ziet eerst de linkerlichtstraal de linkerkant van het treinstel bereiken (de linkerkant komt de lichtstraal tegemoet), pas daarna bereikt de

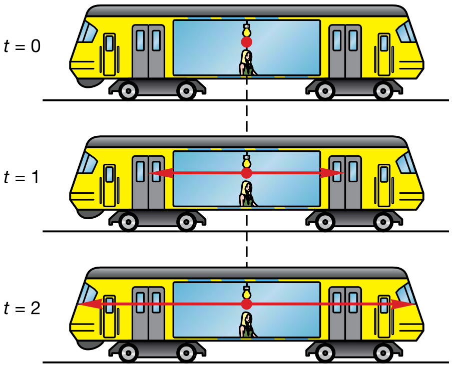


R.9a

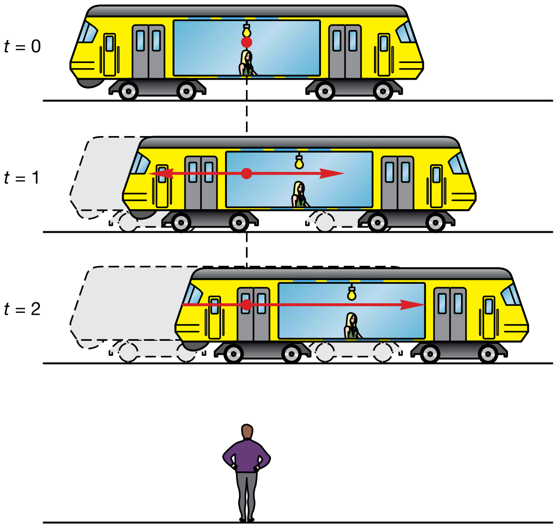
R.9b



R.9c



R.10 Een lamp gaat aan in het stelsel van Trijntje. Trijntje ziet het licht *tegelijkertijd* de voorkant en achterkant van de trein raken.



R.11 De lamp gaat aan in het stelsel van Stilly. Stilly ziet het licht eerst de linkerkant van de trein raken, en pas daarna de rechterkant.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 13 30/07/14 1:08 PM

rechterlichtstraal de rechtkant (de rechterkant beweegt weg van de lichtstraal).
Trijntje en Stilly zitten in verschillende inertiaalstelsels, voor beiden geldt postulaat 2. *Vandaar* dat ze van mening verschillen over of het licht gelijktijdig de linkerkant en rechterkant van het treinstel bereikt. **Gelijktijdigheid** is in de relativiteitstheorie geen **absoluut begrip**, gelijktijdigheid is relatief.

● **Gelijktijdigheid is relatief. Of een gebeurtenis gelijktijdig plaatsvindt met een andere gebeurtenis, hangt af van in welk inertiaalstelsel je je bevindt.**

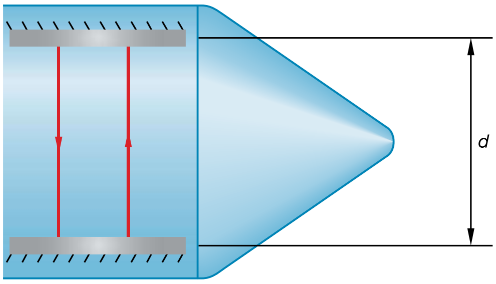
Tijddilatatie

Kwalitatief

Tijd verstrijkt voor jou in een ander inertiaalstelsel steeds langzamer naarmate dat stelsel steeds sneller beweegt ten opzichte van jou(w inertiaalstelsel).
Toelichting: In figuur R.12 zie je een 'lichtklok', een lichtstraal die steeds op en neer reist tussen twee perfecte spiegels. Iedere keer als de lichtstraal een spiegel raakt, 'tikt' de klok. Klok R bevindt zich in een raket die met zeer hoge snelheid v langs de aarde vliegt. Twee personen observeren de klok R: ruimtevaarder Rard in de raket en waarnemer Warren op aarde, zie figuur R.13. Warren heeft een klok W, volledig identiek aan klok R (klok W is niet weergegeven in figuur R.13). Figuur R.13a toont hoe de ruimtevaarder klok R waarneemt, figuur R.13b toont hoe Warren klok R waarneemt.

Warren ziet de lichtstraal een langere weg x afleggen dan wat de ruimtevaarder ziet. Beiden zien volgens postulaat 2 de lichtstraal met snelheid c gaan. Omdat Warren een langere weg ziet, tikt klok R voor Warren langzamer dan zijn eigen klok W. Hoe sneller de raket gaat, hoe langer de weg die de lichtstraal voor Warren aflegt, dus hoe langzamer voor hem klok R loopt in vergelijking met klok W.

Overigens ziet Rard bij Warrens klok W exact hetzelfde gebeuren: hij ziet Warrens klok langzamer tikken dan zijn eigen klok. Dit is in overeenstemming met het relativiteitsprincipe. Beide waarnemers zien de klok van de ander langzamer tikken dan die van hemzelf en geen van beide waarnemers (noch iemand anders) kan uitmaken of hij degene is die stil zou staan, of de ander.



R.12 Een lichtklok

Kwantitatief

Uit de weglengte x van de lichtstraal in figuur R.13b kun je berekenen hoeveel langzamer de klok loopt. Je vergelijkt daartoe de tijdintervallen die het licht nodig heeft om van de onderste naar de bovenste spiegel te reizen en weer terug.
Je geeft de verschillende tijden elk een naam:

1. de **eigentijd** meet iemand die in rust is ten opzichte van twee gebeurtenissen. Hij ziet de gebeurtenissen op *dezelfde locatie* plaatsvinden;
2. de **gedilateerde tijd** meet iemand die de gebeurtenissen *op verschillende locaties* ziet plaatsvinden.

Voor ruimtevaarder Rard is dit tijdinterval Δt_0, de eigentijd, gelijk aan: $\Delta t_0 = 2 \cdot d / c$.
Voor Warren is dit tijdinterval Δt, de gedilateerde tijd, gelijk aan:

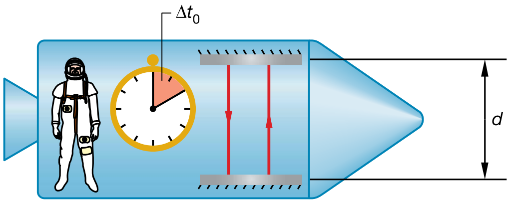
$$\Delta t = \frac{2 \cdot \sqrt{d^2 + x^2}}{c} = \frac{2 \cdot \sqrt{d^2 + \frac{(v\Delta t)^2}{4}}}{c}$$

$$\text{maak } \Delta t \text{ vrij} \rightarrow \Delta t = \frac{2 \cdot d/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Het verband tussen eigentijd en gedilateerde tijd is dan:

$$\boldsymbol{\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

Δt_0 is de eigentijd in seconde (s)
Δt is de gedilateerde tijd in seconde (s)
v is de snelheid waarmee een stelsel beweegt ten opzichte van een ander stelsel, in meter per seconde (m/s)
c is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)



R.13a De lichtklok in een raket

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 14 30/07/14 1:08 PM

Het is gebruikelijk om in de relativiteitstheorie snelheden uit te drukken in verhouding tot de lichtsnelheid. Bijvoorbeeld: een snelheid van $2{,}8 \cdot 10^8$ m/s geef je weer als 0,93*c*.

Ruimtevaarder Rard is in rust ten opzichte van klok R. Voor hem geeft klok R dus de eigentijd weer, voor Warren is de klok de tweede keer op een andere plaats: voor Warren geeft klok R een gedilateerde tijd weer. Gebeurtenis 1 was dat licht de onderste spiegel raakte, gebeurtenis 2 was dat licht voor de tweede maal de onderste spiegel raakte.

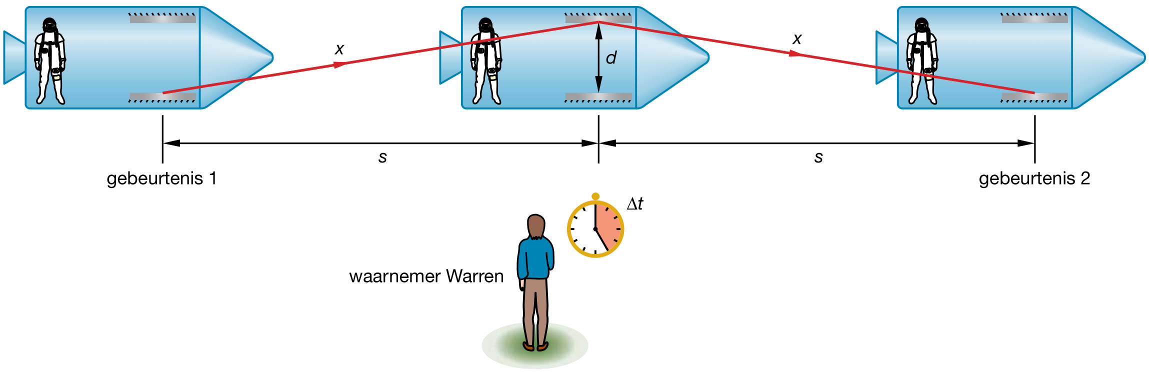
Omdat $v < c$, is $\sqrt{1 - v^2/c^2} < 1$, dus $\Delta t > \Delta t_0$. Ofwel: Warren ziet de klok van de ruimtevaarder een factor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$ langzamer lopen dan zijn eigen klok.

Deze factor γ noem je de gammafactor of lorentzfactor (vernoemd naar de Nederlander Hendrik Antoon Lorentz die een rol had voorspeld voor de factor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$). Omdat $v < c$, is de lorentzfactor γ altijd groter dan 1. Het effect dat je meet dat de tijd altijd langzamer verstrijkt in een ander inertiaalstelsel dan het jouwe, noem je tijddilatatie (tijd'uitzetting' of tijd'verwijding'). Dit is geen fout van klokken en ook geen meetfout, het is een gevolg van het tweede postulaat van Einstein. Als de lichtsnelheid absoluut is, is tijd dat niet.

Maar waarom merk je daar dan nooit iets van, waarom lijkt in de praktijk tijd (en ook ruimte) wel absoluut? De reden dat je hier in het dagelijks leven niets van merkt, is omdat normaal gesproken $v \ll c$. Pas als v in de buurt komt van c, verschilt de γ-factor merkbaar van 1. Bijvoorbeeld, in 1971 vloog een vliegtuig met een atoomklok met 1000 km/h de aarde rond (veel en veel minder snel dan de lichtsnelheid dus); γ was vrijwel gelijk aan 1. De tijddilatatie bedroeg slechts enkele nanoseconden, maar de klok was wel nauwkeurig genoeg om dit te meten en zo Einsteins theorie te bevestigen.

Opmerking: als je de gedilateerde tijd berekent van een foton (een massaloos 'lichtdeeltje' dat met de lichtsnelheid reist), zie je dat γ oneindig wordt, ofwel: voor een foton staat de tijd stil.



R.13b De raket met lichtklok waargenomen door de stilstaande waarnemer Warren

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 15 30/07/14 1:08 PM

Voorbeeld 1 De levensduur van een muon

Een muon is een elementair deeltje dat 'familie' is van het elektron. Muonen hebben in rust een levensduur van $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s. Muonen worden op 10 km hoogte in de atmosfeer gecreëerd door kosmische straling.

Stel, de relativiteitstheorie is incorrect, en deze deeltjes kunnen zonder tijddilatatie met de lichtsnelheid reizen.

a Bereken of muonen dan de aarde kunnen bereiken.

Houd nu wel rekening met de relativiteitstheorie. Muonen reizen met $0{,}998c$ naar de aarde.

b Bereken de levensduur van muonen ten opzichte van een waarnemer op aarde.

c Bereken of muonen de aarde kunnen bereiken.

a $x = v \cdot t = 3{,}00 \cdot 10^8 \times 2{,}2 \cdot 10^{-6} = 6{,}6 \cdot 10^2$ m. Ze kunnen de aarde dus niet bereiken.

b $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \dfrac{2{,}2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - (0{,}998c)/c^2}} = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ s

c $x = v \cdot t = 0{,}998 \times 3{,}00 \cdot 10^8 \times 3{,}48 \cdot 10^{-5} = 1{,}0 \cdot 10^4$ m. Ze kunnen de aarde dus net bereiken.

Opmerking: Het is experimenteel aangetoond dat muonen inderdaad de aarde bereiken. Dat is een bevestiging van de relativiteitstheorie.

● Als een inertiaalstelsel een snelheid *v* heeft ten opzichte van een ander inertiaalstelsel, dan meet je in beide stelsels dat de tijd in het andere inertiaalstelsel een factor $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ langzamer verstrijkt dan in je eigen inertiaalstelsel.

Iemand die twee gebeurtenissen op dezelfde locatie ziet gebeuren ten opzichte van zichzelf, meet de eigentijd.

Iemand die de twee gebeurtenissen op twee verschillende locaties ziet gebeuren ten opzichte van zichzelf, meet de gedilateerde tijd.

Voorbeeld 2 Reizen naar Alpha Centauri

Alpha Centauri is een ster op 4,3 lichtjaar van ons vandaan. Een astronaut reist met $0{,}90c$ hier naartoe.

a Hoelang duurt die reis volgens iemand op aarde?

b Hoelang duurt die reis voor de astronaut?

a $x = v \cdot t \rightarrow 4{,}3 \times 3 \cdot 10^8 = 0{,}90 \times 3 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 4{,}3 / 0{,}90 = 4{,}8$ jaar

b De twee gebeurtenissen zijn: het vertrekken van de raket en de aankomst van de raket. Voor de persoon op aarde zijn die gebeurtenissen niet op dezelfde plaats, het antwoord van **a** is dus een gedilateerde tijd, gemeten door iemand op aarde.

De astronaut meet de eigentijd:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow 4{,}8 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (0{,}90c)^2/c^2}} \rightarrow$$

$\Delta t_0 = 2{,}1$ jaar

Het is dus (theoretisch) mogelijk om in 2 jaar tijd te reizen naar een ster die 4,3 lichtjaar van ons vandaan ligt, of binnen een minuut naar de zon.

De tweelingparadox

Een paradox is een ogenschijnlijk tegenstrijdige situatie die ingaat tegen je gevoel voor logica. Een beroemd gedachte-experiment is de **tweelingparadox**. Stel, je hebt een tweeling, genaamd Homer en Journey. Homer blijft thuis op aarde, Journey gaat op ruimtereis en reist jarenlang met $0{,}99c$. Daarna keert hij huiswaarts en ziet uiteindelijk zijn tweelingbroer terug. Eén van de twee is nu ouder dan de ander.

Homer zegt: 'Ik heb jou met mijn telescoop de hele tijd gevolgd en steeds gezien dat jouw tijd langzamer liep dan de mijne, dus ík ben ouder.'

Journey zegt: 'Niet waar: ik heb jou ook de hele tijd met mijn telescoop gevolgd, en juist jouw klok liep langzamer, *ík* ben ouder.'

Wie heeft er gelijk?

Of zijn beiden nog steeds even oud, het maakt toch niet uit vanuit welk inertiaalstelsel je kijkt? Het juiste antwoord is dat één van de twee zich niet altijd in een inertiaalstelsel bevond: als Journey vertrekt, moet hij versnellen; als hij huiswaarts keert, moet hij omdraaien, dus vertragen en versnellen. Als hij terugkomt, moet hij vertragen. Op die drie momenten kloppen de voorspellingen uit de *speciale*

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 16 30/07/14 1:08 PM

relativiteitstheorie niet. Homer heeft dus gelijk, en Homer is ouder.

De *algemene* relativiteitstheorie houdt wel rekening met versnellingen en daarmee kun je aan bovenstaand probleem rekenen.

● **Een beroemd gedachte-experiment is de tweelingparadox. De oplossing daarvan is dat je goed moet kijken of iedereen zich wel in een inertiaalstelsel bevindt.**

Wat is tijd?

Door de speciale relativiteitstheorie is men anders gaan aankijken tegen het begrip tijd. Tijd is geen absolute natuurkundige grootheid meer. Tijd en ruimte hangen met elkaar samen. Er zijn drie dimensies van ruimte. Tijd noem je sinds Einstein de vierde dimensie.

Uit onder andere de tweelingparadox blijkt dat het mogelijk is dat de tijd voor de een langzamer verstrijkt dan voor de ander, met andere woorden: het is (theoretisch) mogelijk om naar de toekomst te reizen. (Om daar echt aan te rekenen heb je de algemene relativiteitstheorie nodig.)
Praktisch gezien is naar de toekomst reizen niet mogelijk, je hebt namelijk snelheden nodig van ongeveer de lichtsnelheid. *Macroscopisch* is het snelste voorwerp dat door mensenhanden is gemaakt de ruimtesonde Helios 2, die zo'n $7 \cdot 10^4$ m/s heeft gehaald: 0,02% van de lichtsnelheid. *Microscopisch*: het lukt in deeltjesversnellers om subatomaire deeltjes tot praktisch de lichtsnelheid te versnellen (soms wel tot 99,9999991% ervan).
Naar de toekomst reizen is dus theoretisch mogelijk, maar hoe zit het theoretisch met reizen naar het verleden?

Opmerkelijk is dat vrijwel alle fysische wetten symmetrisch zijn ten opzichte van de tijd. Dit houdt in dat de richting van de tijd er *niet* in besloten zit. Het maakt niet uit of bijvoorbeeld een bal omlaag valt of omhoog beweegt, dezelfde wetten en formules beschrijven beide bewegingen. De uitzondering waar de tijdrichting wel zichtbaar is, is de volgende wet: als tijd verstrijkt, neemt de wanorde (entropie) bij spontane processen toe (dit is een formulering van de tweede hoofdwet uit de thermodynamica). Het is deze wet waarmee je onmiddellijk kunt bepalen of je een video vooruit draait of achteruit. Maar het is ook de *enige* wet die gebroken wordt als de video achteruit draait.

Voorbeeld: een steen valt op de grond en blijft liggen. Het omgekeerde (een steen die spontaan omhoog springt) lijkt natuurwetten te breken. Echter, als je op microniveau inzoomt, zie je dat als de steen de grond raakt er allerlei grondmoleculen een tik krijgen en weg bewegen van de steen, andere moleculen raken die ook weg bewegen, et cetera. De kinetische energie van de steen wordt zo overgedragen op de thermische energie van de bodem en van de steen zelf, de wanorde neemt toe. Draai je deze gebeurtenis om in de tijd, dan zie je eerst enkele moleculen botsen, snelheid krijgen in de richting van de steen, andere aanstoten, tot er uiteindelijk een lawine aan moleculen gelijktijdig tegen de steen botst en hem omhoog stoot. De wet van behoud van energie is dan niet gebroken, het enige wat niet klopt aan bovenstaand verhaal is dat het *extreem* onwaarschijnlijk is dat de moleculen en de steen dit spontaan zo zou overkomen: de orde neemt namelijk spontaan toe.

Ondanks dat Einstein heeft aangetoond dat tijd en ruimte met elkaar samenhangen, zie je aan de tweede hoofdwet van de thermodynamica dat tijd op dat vlak fundamenteel verschilt van ruimte.

De fysica heeft tijdreizen naar het verleden (nog?) niet uitgesloten. Een probleem is wel dat oorzaak en gevolg dan omdraaien, iets wat nog nooit is waargenomen.

● **Het verstrijken van tijd blijkt uit toenemende wanorde. Volgens de relativiteitstheorie is het (theoretisch) mogelijk naar de toekomst te reizen.**

Site

Gelijktijdigheid
Filmpje uit 'Einstein voor iedereen', waarin Hendrik en Albert kijken naar licht en verschillen van waarneming over wat gelijktijdig is.

Gps en relativiteit
Wat heeft gps met relativiteit te maken?

© Noordhoff Uitgevers bv

Opdrachten

A 15

De levensduur van een muon is $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s. Leg uit hoe het mogelijk is dat een muon van de atmosfeer naar de aarde reist, een afstand van 10 km, zonder de lichtsnelheid te overschrijden.

A 16

De tweeling Bart en Jeroen doen het volgende experiment. Bart blijft op aarde, Jeroen reist met hoge snelheid door de ruimte en keert na vijf jaar weer huiswaarts. Beide broers beweren dat de klok van de ander trager gelopen heeft, beide broers beweren dat *zij* de jongste zijn.
Leg uit wie daarin gelijk heeft.

A 17

Bij tijddilatatie zie je klokken met andere snelheid lopen.
Beïnvloedt tijddilatatie alleen klokken, of ook andere processen?

B 18 *

Bereken de lorentzfactor in twee significante cijfers voor de volgende snelheden:

a 10 m/s
b 1000 km/s
c 0,1*c*
d 0,5*c*
e 0,99*c*
f 0,999*c*
g Bereken bij welke snelheid de lorentzfactor 1% afwijkt van 1, dus gelijk is aan 1,01.
h Teken een diagram van de lorentzfactor als functie van de snelheid. Zet op de horizontale as de snelheid (uitgedrukt in percentage van de lichtsnelheid) en op de verticale as de lorentzfactor.
i Vanaf welke snelheid moet je ongeveer rekening houden met de relativistische formule voor tijddilatatie?

B 19 *

Een vuurtoren zendt om de 2,0 s een lichtsignaal uit. Jij vliegt met hoge snelheid langs de vuurtoren, en meet dat de tijd tussen twee opeenvolgende signalen 3,1 s is.
Bereken je snelheid.

B 20

a Bereken voor een tijdinterval Δt_0 de tijddilatatie die een foton (een massaloos licht'deeltje') zou 'waarnemen'.
b Leg uit dat de tijd voor een lichtdeeltje stilstaat.

B 21

Een onbekend elementair deeltje heeft een snelheid ten opzichte van jou van $2{,}80 \cdot 10^{8}$ m/s. Jij meet dat de levensduur van het deeltje $4{,}22 \cdot 10^{-6}$ s is.
Bereken wat de levensduur van dit deeltje is, als het in rust is ten opzichte van jou.

C 22 *

Een pion (een elementair deeltje) heeft een levensduur van $2{,}60 \cdot 10^{-8}$ s. Een pion vliegt voorbij, je meet dat dit pion een levensduur heeft van $5{,}3 \cdot 10^{-8}$ s.

a Bereken de snelheid van dat pion.
b Bereken welke afstand het pion maximaal kan afleggen als het een snelheid heeft van 0,993*c*.

In een laboratorium neem je waar dat een pion een afstand aflegt van 200 m, voordat het vervalt.

c Leg uit met welke snelheid je de snelheid van het pion goed kunt benaderen.
d Bereken de snelheid van het waargenomen pion.

Je neemt van een ander pion waar dat het een afstand van 16 m aflegt voordat het vervalt. Je kunt de snelheid van het pion nu niet benaderen met de lichtsnelheid.

e Bereken de snelheid van het pion.

C 23 *

Je hoort het volgende nieuwsbericht: 'Astronaut André is in 5 jaar met 0,80*c* naar huis gereisd.'

a Als die 5 jaar zijn gemeten op aarde, hoeveel tijd is er dan in Andrés raket verstreken?
b Als die 5 jaar zijn gemeten in de raket, hoeveel tijd is er dan op aarde verstreken?

C 24 *

Je wilt in 5,00 jaar naar een ster reizen die op 100 lichtjaar afstand van de aarde ligt.

a Bereken met welke constante snelheid je dan moet reizen.
b Bereken hoelang jouw trip voor je achtergebleven familie duurt.

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 18 30/07/14 1:08 PM

C 25

Je doet het volgende gedachte-experiment. Jij staat stil en kijkt naar een lichtklok die met de lichtsnelheid horizontaal voorbij vliegt (iets wat een lichtklok in werkelijk nooit kan doen).
Leg uit of de lichtstraal in die lichtklok dan ooit van de onderste spiegel naar de bovenste kan gaan, en weer terug.

C 26

Toon aan dat onderstaande manier van Δt vrijmaken klopt.

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \sqrt{d^2 + \frac{(v\Delta t)^2}{4}}}{c} \text{ maak } \Delta t \text{ vrij} \rightarrow \Delta t = \frac{2 \cdot d/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Na deze paragraaf kun je:

- uitleggen waarom volgens de speciale relativiteitstheorie het begrip gelijktijdigheid niet absoluut, maar relatief is;
- kwalitatief en kwantitatief de gevolgen van een constante lichtsnelheid benoemen voor tijd;
- de formule voor tijddilatatie toepassen;
- herkennen wie de eigentijd meet en wie de gedilateerde tijd;
- uitleggen wat de oplossing van de tweelingparadox is.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 19 30/07/14 1:08 PM

R.3 Ruimte en beweging

In de film Avatar (zie figuur R.14) reizen aardbewoners naar Alpha Centauri waarbij ze tijdens de zeer lange reis in 'cryoslaap' zijn. Wellicht wordt sneller reizen ooit mogelijk: bijvoorbeeld net zo snel als geschetst in voorbeeld 2. Aardbewoners zagen daar dat de reis van een astronaut 4,8 jaar duurt. Alpha Centauri bevindt zich voor *aardbewoners* op 4,3 lichtjaar afstand. Voor *hen* doet een lichtstraal er dus 4,3 jaar over om naar Alpha Centauri te reizen. Voor de *astronaut* duurt de reis 2,1 jaar.

Startopdracht

27

a Leg uit dat het niet mogelijk is dat een lichtstraal er voor de astronaut ook 4,3 jaar over doet om van de aarde naar Alpha Centauri te gaan.

b Welke conclusie kun je hieruit trekken over de ruimte die de astronaut waarneemt in vergelijking met de ruimte die iemand op aarde waarneemt?

Lengtecontractie

Een aardbewoner ziet een astronaut 4,8 jaar doen over zijn ruimtereis naar Alpha Centauri als hij reist met 0,90*c*. Licht heeft 90% van die tijd nodig: 4,3 jaar. De afstand aarde-Alpha Centauri is voor een aardbewoner dus 4,3 lichtjaar.

R.14 Een scene uit de film Avatar, die zich afspeelt rondom Alpha Centauri

De astronaut ziet Alpha Centauri met 0,90*c* op zich afkomen en hij doet 2,1 jaar over de afstand aarde-Alpha Centauri. Licht heeft 90% van die tijd nodig: 1,9 jaar.
Voor de astronaut is de afstand aarde-Alpha Centauri dus niet 4,3, maar slechts 1,9 lichtjaar. Deze afstand scheelt een factor $\sqrt{1-v^2/c^2}$ met wat iemand op aarde waarneemt.

Je hebt dus twee soorten lengte: eigenlengte en gecontracteerde (= 'gekrompen') lengte. De **eigenlengte** L_0 meet een persoon die in rust is ten opzichte van een gemeten lengte. De **gecontracteerde lengte** L meet een persoon die beweegt ten opzichte van de gemeten lengte, en wel in dezelfde richting als die gemeten lengte. In het algemeen geldt:

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$$

L is de gecontracteerde lengte in meter (m)
L_0 is de eigenlengte in meter (m)
v is de snelheid waarmee een stelsel beweegt ten opzichte van een ander stelsel, in meter per seconde (m/s)
c is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)

Opmerking 1: omdat de factor $\sqrt{1-v^2/c^2}$ altijd kleiner is dan 1 (omdat $v < c$), meet je lengtes die bewegen ten opzichte van jou altijd gecontracteerd.

Opmerking 2: de persoon die de eigenlengte meet, hoeft niet dezelfde persoon te zijn die de eigentijd meet. Idem: de persoon die de gedilateerde tijd meet, hoeft niet dezelfde persoon te zijn die de gecontracteerde lengte meet.

Opmerking 3: **lengtecontractie** noem je ook wel **lorentzcontractie.**

Opmerking 4: lengtecontractie vindt *alleen* plaats in de richting van de snelheid. Een lengte die loodrecht op de snelheidsrichting staat, meet je niet gecontracteerd.

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 20 30/07/14 1:08 PM

In figuur R.15 staat de reis naar Alpha Centauri weergegeven, inclusief wie de eigentijd meet en wie de (langere) gedilateerde tijd. Ook zie je wie de eigenlengte meet en wie de (kortere) gecontracteerde lengte.

- Je ziet dat de persoon op aarde de gecontracteerde lengte van de raket meet (hij meet L van de raket), en ook dat hij de klok van de astronaut langzamer ziet lopen (hij meet Δt als tijd voor de astronaut). Hier zie je dat dezelfde persoon zowel de gecontracteerde lengte als ook de gedilateerde tijd meet.
- Je ziet ook dat de astronaut de eigentijd meet van de reis, maar niet de gecontracteerde lengte ervan. Hier meet één en dezelfde persoon dus niet zowel de eigenlengte als de eigentijd.

● **Ten opzichte van jou bewegende lengtes meet je in de snelheidsrichting gecontracteerd, gekrompen. Een persoon die twee gebeurtenissen op dezelfde locatie ziet plaatsvinden, meet de eigentijd. Een persoon die in rust is ten opzichte van een gemeten lengte, meet de eigenlengte.**

S[illegible]heden optellen

Als jij 100 k[illegible]rijdt en een auto kom[illegible]egemoet met 120 km/h, dan m[illegible]ij [illegible]de tegemoetkomende auto een snelheid [illegible]t van 10[illegible]120 = 220 km/h. Klassie[illegible] je snelheden (langs dezelfde [illegible]) gewoon [illegible] elkaar op.

In de relativiteitstheorie mag dat niet, zo blijkt uit het v[illegible]ende voorbeeld: Ten opzichte van jou vliegt rak[illegible] X [illegible] $1{,}2 \cdot 10^8$ m/s, raket Y komt hem tegemoet [illegible] 2,[illegible] m/s. X zal nu niet meten dat Y 1,2 + 2,[illegible] 3,5 [illegible]/s gaat, want dan zou Y voor X sne[illegible]an dan h[illegible]t, en dat kan niet volgens de re[illegible]its-theorie.

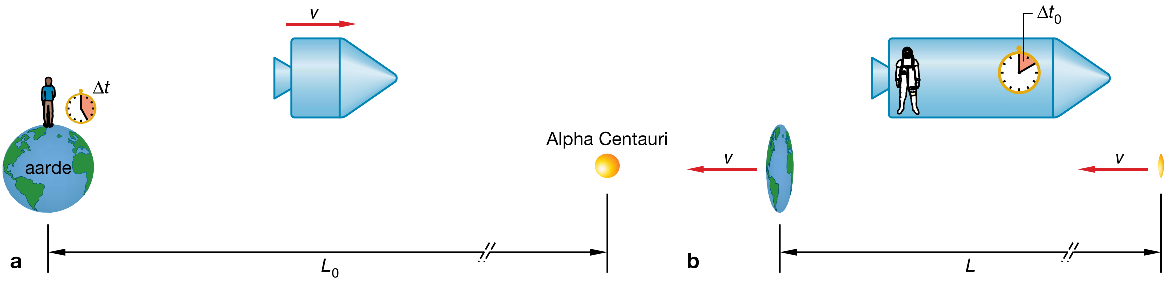
Als je wilt a[illegible]n dat raket X een [illegible]id heeft ten opzichte van [illegible]de, gebruik je [illegible]s bij de snelheid:

- v_{XA} is de snelhe[illegible] raket [illegible]pzichte van de aarde A;
- $v_{XA} = -v_{XA}$ is de snel[illegible]e aarde A ten opzichte van raket X.

Snelheden tel je [illegible]stisch [illegible]gt bij elkaar op:

$$v_{AB} = \frac{v_{AC} + v\ [illegible]}{1 + [illegible]}$$

v_{AB} [illegible] snelheid van A ten opzic[illegible] B in [illegible]ter per seconde (m/s)
v [illegible]s de snelheid van A ten opzichte v[illegible] in meter per seconde (m/s)
[illegible] is de snelheid van C ten opzichte van [illegible] meter per seconde (m/s)
c is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)



R.15 Reis naar Alpha Centauri: **a** wat een stilstaande persoon op aarde meet **b** wat de reizende astronaut meet

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 21 30/07/14 1:08 PM

Voorb[redacted]3 Snelheden optellen
W[redacted]id heeft raket X (uit de tekst op de vor[redacted]en opzichte van raket Y? Dus welke[redacted]eet raket Y voor raket X?

Gevraagd[redacted]
Gegeven: v_X[redacted]m/s en $v_{YA} = -2{,}3\cdot10^8$ m/s
$\rightarrow v_{AY} = +2{,}3\cdot$[redacted]
(v_{YA}, de snelheid[redacted]gatief: hij gaat de andere kant op da[redacted]e waarde v_{YA} heeft dus het tegenoverge[redacted]n van de waarde van v_{XA}.)

$v_{XY} = \dfrac{v_{XA}+v_{AY}}{1+\dfrac{v_{XA}\cdot v_{AY}}{c^2}} \rightarrow v_{XY} =$ [redacted] $2{,}3\cdot10^8$ [redacted] $2{,}3\cdot10^8$ [redacted] $=$

$\dfrac{3{,}5\cdot10^8}{1{,}31} = 2{,}7\cdot10^8$ m/s

Opmerkingen:
1 De noemer is voor snelheden op aarde ([redacted]ner zijn dan de lichtsnelheid) vrijwel gelijk a[redacted] kunt daarom ‘normale’ snelheden gewoon k[redacted] bij elkaar optellen.
2 Als Y een lichtstraal is, kun je met bovenstaand[redacted] formule berekenen welke snelheid raket X me[redacted] die lichtstraal Y (zie opdracht B28). Uitkom[redacted] X meet een snelheid gelijk aan c, in overe[redacted]ming met het tweede postulaat van Ei[redacted]

● **Klassiek tel je snelheden bij elk[redacted]r te hoge snelheden mag dat niet en[redacted]relativistische formule gebruiken.**

Relativistische impu[redacted]

Met **impuls** bedoel je klas[redacted]

$p = m\cdot v$

p is de impuls[redacted]n keer meter per seconde[redacted]
m is de m[redacted]n voorwerp in kilog[redacted]
v is d[redacted]van een voorwerp in meter per s[redacted]s)

Impuls is een maat voor de ‘hoeveelheid va[redacted]ging’. Hoe groter de snelheid van een vo[redacted]of hoe groter de massa, hoe groter de i[redacted]et voorwerp en hoe lastiger het is om h[redacted]te stoppen.

Voor grote snelheden klopt de[redacted]rmule niet. De formule voor de **relativis[redacted]s** vind je door de klassieke impulsformul[redacted]gvuldigen met de γ-factor:

$$p = \frac{m\cdot v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Aan deze form[redacted]n dat alles met massa nooit de licht[redacted] bereiken: als $v \approx c$, wordt de noemer vrij[redacted]γ-factor en daarmee de impuls gaat dan[redacted]ig. Het enige wat de lichtsnelheid k[redacted]s licht zelf (en andere vormen van elek[redacted]che straling). Fotonen hebben geen m[redacted]r dat bovenstaande formule voor foto-[redacted]t. Stoffelijke deeltjes kunnen dus nooit [redacted]lheid bereiken, onstoffelijke ‘deeltjes’ (als [redacted]) daarentegen kun je niet stilzetten.

[redacted]erking: uit de relativistische impulsformule volgt [redacted]t de massa zelf verandert bij hoge snelheden. [redacted]assa heel groot zou worden, zouden deeltjes [redacted]ote snelheid bijvoorbeeld merkbare gra-v[redacted]n moeten gaan uitoefenen op andere de[redacted]niet het geval. Dat massa zou toenemen [redacted]enspraak met het relativiteitsprincipe: een su[redacted]eltje dat voor *ons* praktisch de lichtsnel[redacted]indt’ zelf juist dat hij stilstaat en dat *wij* pra[redacted]tsnelheid hebben. Vanuit het subatomaire [redacted]deneerd zou onze massa dan toenemen.

Bij extreem hoge sn[redacted]t een energietoevoer nauwelijks (meer[redacted]n (merkbare) snelheidstoename: of e[redacted] 0,999c gaat of 0,9992c verschilt qua sne[redacted]el.

Als je subatomaire deeltjes te[redacted]an jezelf versnelt tot praktisch de lichtsn[redacted]een extra energietoevoer dus niet zitten in e[redacted]name of snelheidstoename, maar in een *in*[redacted]e en, daaraan gekoppeld, een toename van[redacted]e energie. In de formule zie je dat die impu[redacted]name wiskundig gezien wordt veroorzaakt door de gammafactor die heel groot wordt voor snelheden nabij de lichtsnelheid.

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 22 30/07/14 1:08 PM

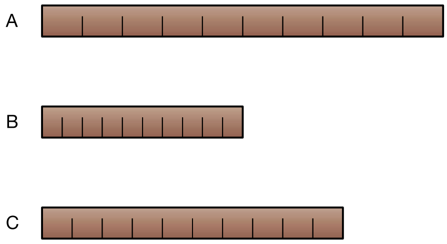
● Bij g[illegible] snelheden moet je impuls be[illegible]enen met een relativi[illegible]he formule[illegible] die formule merk je dat stoffelijk[illegible]s nooit de lichtsnelheid kunnen [illegible]eiken. Onstoffelij[illegible]eeltjes' kun je [illegible] stilzetten.

Overzicht

Figuur R.16 toont een overzicht van de niet-relativistische formules en de relativistische variant, zoals je ze in dit hoofdstuk bent tegengekomen. Vanaf een snelheid van ongeveer 0,4*c* gebruik je relativistische formules. De γ-factor is dan ongeveer 1,1, ofwel, er is zo'n 10% afwijking van klassieke berekeningen.

niet-relativistisch (klassiek, *v* << *c*)	**relativistisch (ongeveer vanaf *v* > 0,4*c*)**
$\Delta t = \Delta t_0$	$\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$
$L = L_0$	$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$
[illegible]	$v_{AB} = \dfrac{v_{AC}+v_{CB}}{1+\dfrac{v_{AC}\cdot v_{CB}}{c^2}}$
$p = m \cdot v$	$p = \dfrac{m \cdot v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

R.16



R.17 Drie linialen met ieder een eigenlengte van 1 meter

Opdrachten

B 28*

Ten opzichte van jou gaat raket X $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s, raket Y komt hem ten opzichte van jou met $2{,}4 \cdot 10^8$ m/s tegemoet.

a Bereken de snelheid die raket Y meet voor raket X.

b Bereken de snelheid die raket X meet voor raket Y.

Raket X zendt een lichtstraal 1 in de richting van raket Y, en een lichtstraal 2 die van raket Y af beweegt.

c Bereken de snelheid die raket Y meet voor lichtstraal 1.

d Bereken de snelheid die raket Y meet voor lichtstraal 2.

B 29

Een proton kan nooit de lichtsnelheid bereiken. Betekent dit, dat de impuls van een proton ook een maximale waarde heeft die nooit bereikt kan worden? Als je antwoord ja is, bereken dan die maximale impuls.

B 30

Je staat op aarde. Er komen drie ruimteschepen langs. In ieder schip staat een astronaut met een liniaal van 1 meter in zijn hand. De liniaal wijst in de richting van de snelheid.
Figuur R.17 toont hoe jij die linialen waarneemt.
Orden de ruimteschepen op hun snelheid, zet de snelste als eerste.

B 31*

Een schilderij heeft als afmetingen: lengte = 5,0 m, hoogte = 3,0 m. Het schilderij vliegt in zijn lengterichting met een snelheid van 0,80*c* een raket voorbij.

a Bereken de oppervlakte van het schilderij, zoals de raketbestuurder die waarneemt.

Een tweede schilderij heeft in rust een oppervlakte van *x* m². Het vliegt met dezelfde snelheid de raket voorbij.

b Bereken de oppervlakte van het schilderij, zoals de raketbestuurder die waarneemt.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 23 30/07/14 1:08 PM

B 32

Een raket nadert de aarde met een relatieve snelheid van 0,80*c*. De raket heeft een massa van $3{,}0 \cdot 10^7$ kg.

a Wat is volgens de klassieke mechanica de impuls van de raket voor een aardbewoner?

b Wat is volgens de relativiteitstheorie de impuls van de raket voor een aardbewoner?

C 33

Een deeltje heeft een snelheid van 0,30*c*.
Bereken bij welke snelheid de impuls van het deeltje verdubbeld is.

C 34 *

Deze vraag gaat over de zogenaamde 'ladderparadox'.
Een schuur is 8,0 m lang en heeft op afstand bedienbare deuren aan de voorkant en achterkant. Een boer rent met een snelheid van 0,80*c* met een horizontaal gehouden ladder de schuur door. In de schuur staat een knecht toe te kijken. Volgens de knecht past de ladder precies in de schuur.

a Wie meet de eigenlengte van de ladder, wie meet de eigenlengte van de schuur?

b Bereken de lengte van de ladder die de boer waarneemt.

c Bereken de lengte van de schuur die de boer waarneemt.

d Leg uit dat de ladder volgens de boer niet in de schuur past.

De knecht heeft een afstandsbediening van de schuurdeuren op zak. *Precies* op het moment dat de ladder in de schuur is, drukt hij op die afstandsbediening. Alle schuurdeuren gaan instantaan dicht en *meteen* weer open, snel genoeg zodat de ladder de deuren niet raakt.

e Leg uit, vanuit het gezichtspunt van de boer, hoe dit kan.

f Bereken de tijd die de boer meet tussen moment 1 dat de voorkant van de ladder de schuur *uit*gaat, en moment 2 dat de achterkant van de ladder de schuur *in*gaat.

g Bereken voor de boer hoelang de ladder in de schuur is.

C 35

Een astronaut reist met een zeer grote, constante snelheid langs de aarde, en reist met die constante snelheid verder door het heelal. Voor *hem* gemeten bereikt hij na 1,000 jaar een ster, die voor *ons* op 70,00 lichtjaar afstand ligt.

a Bereken de snelheid van de astronaut, uitgedrukt in een percentage van *c*.

b Bereken de afstand van de aarde tot de ster zoals de astronaut die meet, uitgedrukt in lichtjaar.

C 36

Je versnelt proton 1 tot 99,990% van de lichtsnelheid, proton 2 tot 99,999% van de lichtsnelheid.
Beide protonen vliegen door hetzelfde sterke magnetische veld, dat ze afbuigt.

a Leg uit of proton 2 dan een andere massa heeft dan proton 1.

b Leg uit dat proton 2 dan nauwelijks een andere snelheid heeft dan proton 2.

c Leg uit hoe de baan van proton 2 wel merkbaar verschilt van de baan van proton 1.

C 37

Twee raketten hebben ieder een eigenlengte van 100 m. Ze vliegen elkaar tegemoet en passeren elkaar. Raket 1 meet dat de neus van raket 2 daar $5{,}00 \cdot 10^{-7}$ s over doet.

a Bereken de snelheid die raket 2 heeft ten opzichte van raket 1.

De neus van raket 2 heeft een oneindig nauwkeurige stopwatch.

b Bereken het tijdinterval dat de stopwatch registreert om van de neus van raket 1 naar de staart van raket 1 te reizen.

C 38 *

Een staaf is 600 m lang en is in rust ten opzichte van jou. Midden op de staaf gaat op het tijdstip $t = 0$ een lamp aan. Het licht bereikt de uiteinden van de staaf voor jou gelijktijdig. Het moment dat het licht het linkeruiteinde bereikt noem je gebeurtenis g_1, het moment dat het licht het rechteruiteinde bereikt is gebeurtenis g_2. Jeroen reist in zijn raket met 0,800*c* in de lengterichting van de staaf naar rechts. Ook in zijn inertiaalstelsel gaat de lamp aan op $t = 0$.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 24 30/07/14 1:08 PM

a Bereken op welk tijdstip de twee gebeurtenissen voor jou plaatsvinden.
b Bereken op welk tijdstip t_1 gebeurtenis g_1 voor Jeroen plaatsvindt.
c Bereken op welk tijdstip t_2 gebeurtenis g_2 voor Jeroen plaatsvindt.
d Bereken voor Jeroen het tijdinterval tussen de twee gebeurtenissen.
e Bereken voor Jeroen de afstand tussen de twee gebeurtenissen.

C 39 *

Een raket heeft een eigenlengte van 200 m. De raket heeft ten opzichte van een radiozender een snelheid van 0,600*c*. Op het moment dat de staart van de raket precies bij de radiozender is, zendt de zender een signaal uit. Op het tijdstip *t* ontvangt de neus van de raket het signaal. Die neus bevindt zich dan op een afstand *x* van de radiozender.

a Bereken de tijd *t* die raket meet.
b Bereken de afstand *x* die de raket meet.
c Bereken de tijd *t* die de radiozender meet.
d Bereken de afstand *x* die de radiozender meet.
e Leg uit waarom je antwoord van **a** en **c** *niet* een factor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ van elkaar verschillen, en ook waarom antwoord **b** en **d** niet een factor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ van elkaar verschillen.

D 40

Deze vraag gaat over de zogenaamde 'vuurtorenparadox'. Je zwaait in het midden van een ronde kamer een laser zeer snel rond boven je hoofd, met constante snelheid. Over de muur zie je een stipje rond bewegen.

a Leg uit wat er met de snelheid van het stipje gebeurt als de kamer twee keer zo groot wordt.

Je draait de laser dusdanig hard rond boven je hoofd, dat het stipje over een geostationaire satelliet heen beweegt met 80% van de lichtsnelheid. De maan bevindt zich pakweg tien keer zo ver van de aarde als een geostationaire satelliet.

b Leg uit dat je dan het stipje over de maan heen moet zien bewegen met een snelheid die groter is dan de lichtsnelheid.
c Leg uit of dat in tegenspraak is met de theorie van Einstein.

D 41

In oude(re) natuurkundeboeken kom je vaak de volgende *verouderde* formule tegen:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

m is de 'relativistische massa' van een voorwerp in kilogram (kg)
m_0 is de 'rustmassa' van een voorwerp in kilogram (kg)
v is de snelheid van een voorwerp in meter per seconde (m/s)

Deze formule suggereert dat voorwerpen in stilstand een andere massa hebben dan wanneer ze bewegen. Leg uit wat er mis is met de formule en met dat beeld.

Na deze paragraaf kun je:

- kwalitatief en kwantitatief de gevolgen van een constante lichtsnelheid benoemen voor lengte;
- de formules voor lengtecontractie en relativistische impuls toepassen;
- snelheden relativistisch bij elkaar optellen;
- herkennen wie de eigentijd meet, en wie de gedilateerde tijd;
- herkennen wie de eigenlengte meet en wie de gecontracteerde lengte;
- opgaven oplossen waarin zowel lengtecontractie als tijddilatatie een rol speelt;
- uitleggen waarom materie nooit de lichtsnelheid kan bereiken.

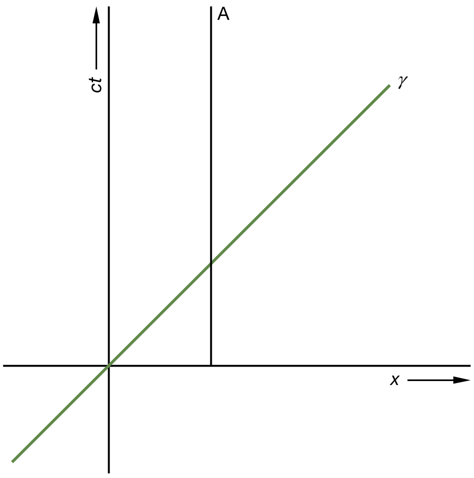
© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 25 30/07/14 1:08 PM

R.5 **Achtergronden**

Minkowskidiagrammen

In figuur R.22 zie je een **minkowskidiagram**. In zo'n diagram staat op de horizontale as de positie in de *x*-richting, op de verticale as staat $c \cdot t$, het is dus een (*ct*,*x*)-diagram, een soort (tijd,ruimte)-diagram. Beide assen hebben als eenheid meter. Op de verticale as staat de tijd weergegeven als de afstand die licht in die tijd aflegt. Voor het gemak beschouw je alleen snelheden in de *x*-richting. Een punt in een minkowskidiagram correspondeert met een gebeurtenis.



R.22 Minkowskidiagram

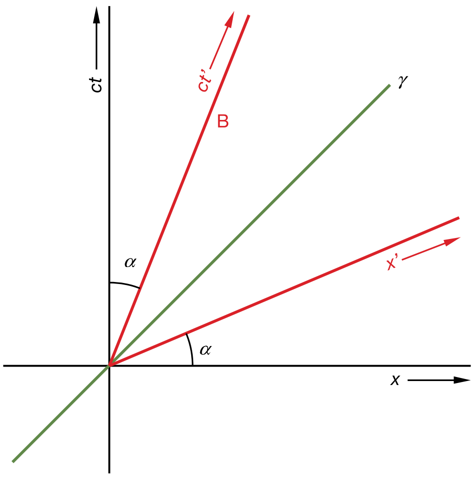
© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 35
30/07/14 1:09 PM

In figuur R.22 staat de grafiek A weergegeven van een deeltje dat stilstaat. Je noemt een dergelijke grafiek een **wereldlijn**. De *x*-waarde van de positie van A verandert niet, vandaar dat de wereldlijn van een stilstaand deeltje verticaal is.
In het diagram staat ook de wereldlijn γ weergegeven van een foton dat door de oorsprong reist. Het foton reist met de lichtsnelheid. Als de horizontale as en de verticale as dezelfde schaal hebben, is de wereldlijn van het foton een lijn van 45° met de *x*-as.

Figuur R.23 toont in een minkowskidiagram de wereldlijn B van een deeltje dat met 0,4*c* reist. Hoe sneller een deeltje reist, hoe kleiner de steilheid van zijn grafiek. Vlakker dan 45 graden kan een wereldlijn niet worden. Dat zou namelijk betekenen dat iets sneller reist dan het licht.

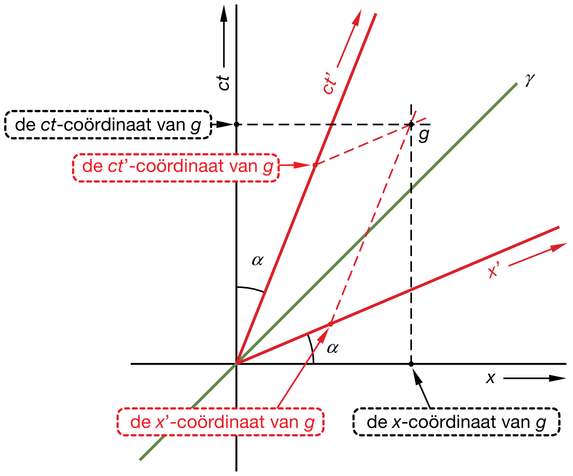
Punten die op de wereldlijn B liggen, blijven in rust in een inertiaalstelsel *S*' dat met 0,4*c* beweegt ten opzichte van het inertiaalstelsel *S* waarin de grafieken zijn gemaakt. Je kunt wereldlijn B daarom beschouwen als de *ct*'-as van een minkowskidiagram van het inertiaalstelsel *S*'. Waarnemers in *S*' hebben dezelfde wereldlijn voor een foton: *S* en *S*' meten namelijk allebei dezelfde lichtsnelheid (tweede postulaat van Einstein). De *x*'-as is daarom het spiegelbeeld van de *ct*'-as in de lijn $y = x$ (de wereldlijn van een foton). Dus de hoek α tussen de *x*-as en de *x*'-as is gelijk aan de hoek α tussen de *ct*-as en de *ct*'-as (zie figuur R.23).
Om grafisch de coördinaten van een gebeurtenis *g* in *S* te vertalen naar *S*', moet je lijnen trekken vanuit *g* die evenwijdig lopen aan de *x*'-as en de *ct*'-as. De snijpunten met die assen geven de coördinaten in S', zie figuur R.24.



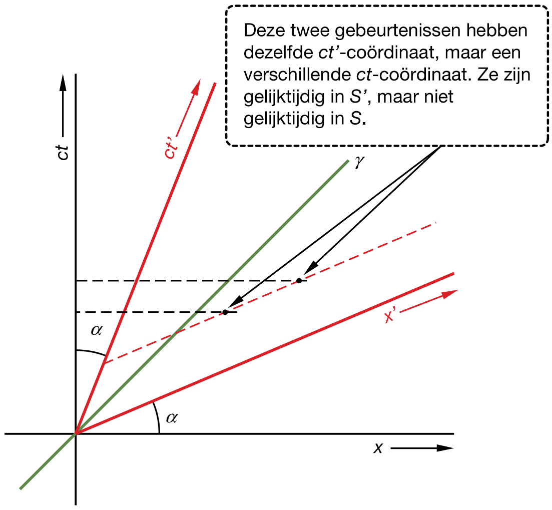
R.23 Minkowskidiagram van *S* en *S*'

In een minkowskidiagram zijn twee punten die zich op een horizontale lijn (evenwijdig aan de *x*-as) bevinden gelijktijdig in *S*. Twee punten op een lijn evenwijdig aan de *x*'-as zijn gelijktijdig in *S*', zie figuur R.25. Doordat de *x*-as en de *x*'-as niet evenwijdig aan elkaar lopen, zie je in een minkowskidiagram in één oogopslag dat gebeurtenissen die gelijktijdig zijn in *S*', niet gelijktijdig zijn in *S*, en vice versa. Je ziet ook dat hoe verder de gebeurtenissen uiteen liggen, hoe groter het tijdverschil in het andere inertiaalstelsel is.

● Minkowskidiagrammen zijn een soort (tijd,ruimte)-diagrammen die relativistische effecten helpen visualiseren.



R.24 Coördinaten bepalen in een minkowskidiagram



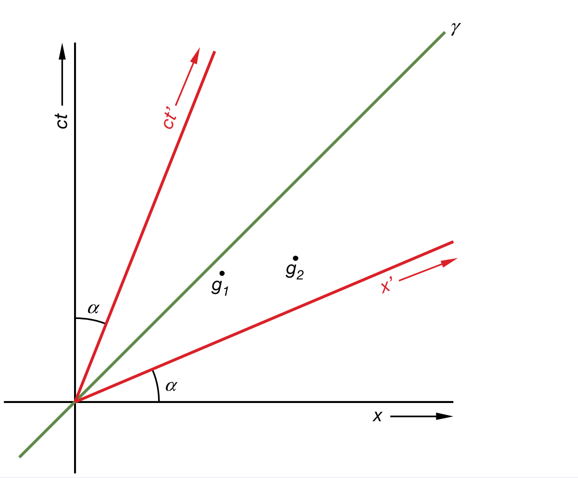
R.25 Minkowskidiagram van (niet-)gelijktijdige gebeurtenissen

© Noordhoff Uitgevers bv
244022_Physics 4NA TF.indd 36 30/07/14 1:09 PM

Opdrachten

D 60*

Figuur R.27 toont in een minkowskidiagram twee gebeurtenissen g_1 en g_2. In het diagram zie je de *x*-as en *ct*-as van het inertiaalstelsel *S*, en ook de *x*'-as en de *ct*'-as van het inertiaalstelsel *S*'. *S*' beweegt met relativistisch hoge snelheid ten opzichte van *S*.



R.27 Een minkowskidiagram met daarin twee gebeurtenissen: g_1 en g_2

a Neem het minkowskidiagram over in je schrift.
b Construeer de tijdcoördinaat van gebeurtenis g_1 in *S*. Trek daartoe een lijn vanuit g_1 die evenwijdig loopt aan de *x*-as snijdt met de *ct*-as.
c Construeer ook de tijdcoördinaat van gebeurtenis g_2 in *S*.
d Welke gebeurtenis gebeurt er volgens een waarnemer in *S* als eerste: g_1 of g_2?
e Construeer de tijdcoördinaat van gebeurtenis g_1 in *S*'. Trek daartoe een lijn vanuit g_1 die evenwijdig loopt aan de *x*'-as snijdt met de *ct*'-as.
f Construeer ook de tijdcoördinaat van gebeurtenis g_2 in *S*'.
g Welke gebeurtenis gebeurt er volgens een waarnemer in *S*' als eerste: g_1 of g_2?

Als jij met een steen een ruit ingooit, dan bestaat er een **causaal verband** tussen die twee gebeurtenissen. De gebeurtenis 'steen gooien' gaat dan vooraf aan de gebeurtenis 'ruit sneuvelt'.
Bij een causaal verband is er altijd sprake van een oorzaak die vooraf *moet* gaan aan het gevolg.

h Leg uit waarom er geen causaal verband mogelijk is tussen de gebeurtenissen g_1 en g_2.

Gegeven: er is geen causaal verband tussen twee gebeurtenissen g_3 en g_4.

i Wat geldt er dan in een minkowskidiagram voor de steilheid van de verbindingslijn tussen deze gebeurtenissen?

Gegeven: in *S*' is de tijdvolgorde van g_3 en g_4 omgekeerd aan die in *S*.

j Wat geldt er dan voor de steilheid van die *x*'-as?

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 39 30/07/14 1:09 PM

R.6 Afsluiting

Oefenopgaven

67 *

Een perron is 160 m lang. Een trein rijdt er met een relativistisch hoge snelheid voorbij. Langs het perron kijken waarnemers toe. Volgens die waarnemers is de trein precies even lang als het perron. De machinist meet dat de neus van de trein er $4{,}0 \cdot 10^{-7}$ s over doet om het perron te passeren.
Bereken de snelheid van de trein.

68 *

Tim passeert in zijn raket de aarde met een constante snelheid van (+)0,60*c*. Op het moment dat hij passeert, wijzen zowel de raketklokken als de aardklokken 0:00:00 's nachts aan. Tim passeert 30 minuten en 0 seconden later een ruimtestation dat stilstaat ten opzichte van de aarde. De klokken op het ruimtestation lopen synchroon met de klokken op aarde.

a Bereken de tijd die de klok op het ruimtestation aangeeft als Tim passeert.

Tim draait precies als hij bij het station is om, en vliegt met (–)0,60*c* terug naar de aarde. Ga ervan uit dat het geen tijd kost om af te remmen, om te keren en weer te versnellen tot (–)0,60*c*.
Op Tims klok is het dan dus nog steeds 0:30:00. Op dat tijdstip zendt Tim een blauwe lichtflits naar de aarde om aan te geven dat hij weer terugkomt.

b Hoe laat (gemeten op aarde) ontvangt de aarde die blauwe lichtflits?

De aarde antwoordt onmiddellijk met een rode lichtflits.

c Hoe laat (gemeten door Tim) ontvangt hij die rode lichtflits?

71

Een treinmachinist rijdt met zijn trein met een snelheid van 0,800*c*. Hij passeert twee seinen die 250 m van elkaar vandaan staan. Deze afstand is gemeten door een inspecteur die stilstaat naast het spoor.
De inspecteur ziet dat de voorkant en de achterkant van de trein de seinen gelijktijdig passeren.

a Hoe lang is de trein voor de inspecteur?

b Bereken de lengte van de trein die de machinist meet.

c Hoelang doet de trein over het passeren van één sein volgens de inspecteur?

d Wat is volgens de machinist de afstand tussen de seinen?

e Welke tijdinterval meet de machinist dat de neus van de trein erover doet om de twee seinen te passeren?

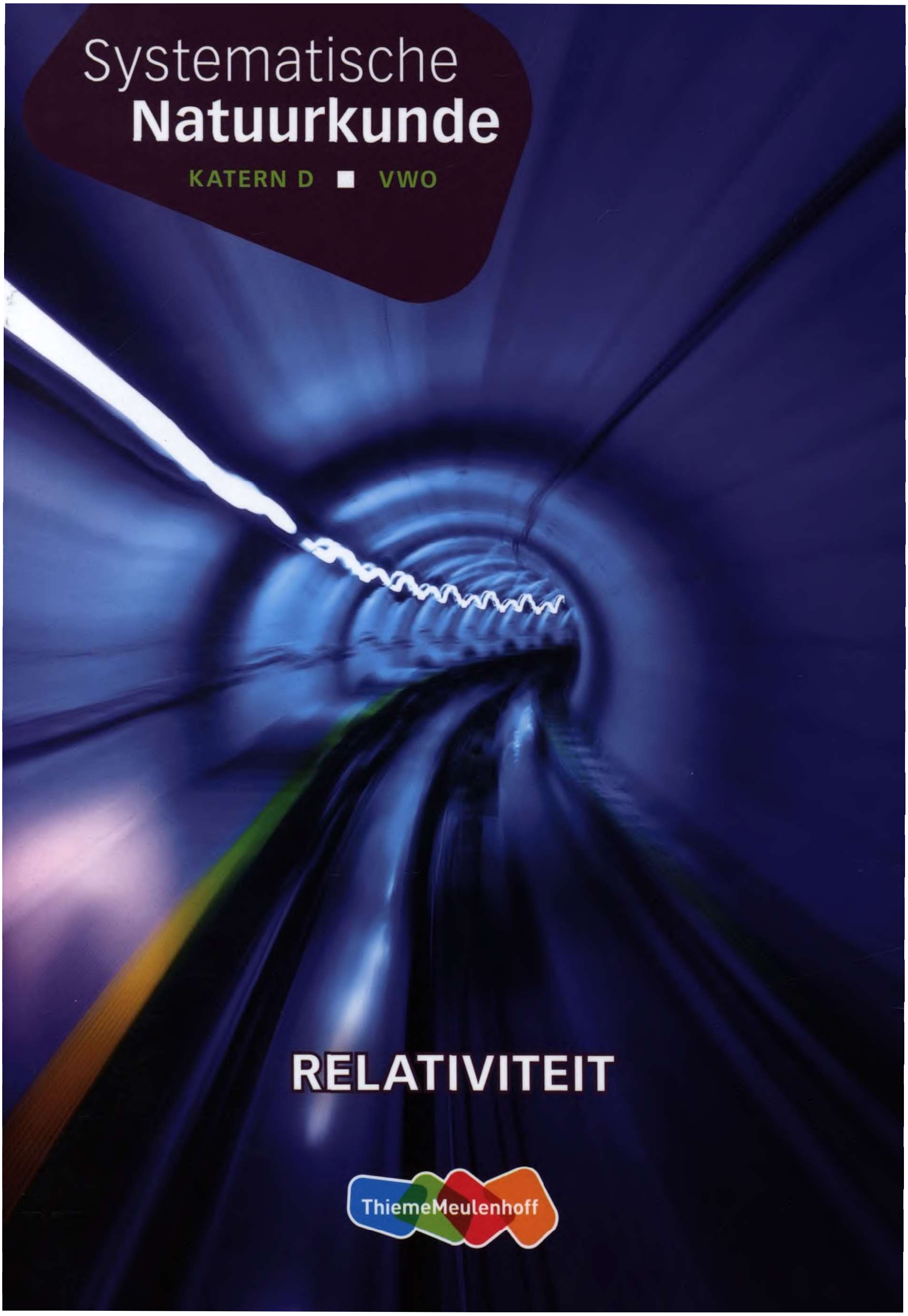
De inspecteur zag de voorkant en achterkant van de trein de seinen gelijktijdig passeren.

f Wat ziet de machinist: passeert eerst de voorkant het voorste sein, of eerst de achterkant het achterste sein?

g Bereken het tijdinterval dat de machinist meet, tussen dat de neus het voorste sein passeert en de achterkant het achterste sein.

© Noordhoff Uitgevers bv

244022_Physics 4NA TF.indd 42 30/07/14 1:09 PM


Systematische
Natuurkunde
KATERN D ■ VWO
RELATIVITEIT
ThiemeMeulenhoff

Systematische **Natuurkunde**

KATERN D ■ VWO

drs. Bart van Dalen
drs. Johan van Dongen
drs. René de Jong
dr. Arjan Keurentjes
dr. ir. Evert-Jan Nijhof
Hein Vink

met dank aan
drs. Gert de Goede
dr. Anneke de Leeuw

onder eindredactie van
drs. Harrie Ottink

ThiemeMeulenhoff

Inhoudsopgave

D Relativiteit 3

D.1 Tijdrek en lengtekrimp 4
D.2 Ruimtetijd-diagram 11
D.3 Gelijktijdigheid 16
D.4 Energie 24
D.5 Zwarte gaten 28
D.6 Afsluiting 34

Register 38
Lijst van uitkomsten 38

Relativiteit

In 1905 schreef Einstein vier publicaties die de natuurkunde op zijn kop hebben gezet. In een van die publicaties presenteert hij de speciale relativiteitstheorie. Door aan te nemen dat de lichtsnelheid voor elke waarnemer gelijk is, leidt hij af dat ruimte en tijd gekoppeld zijn en elkaar beïnvloeden.
In dit katern lees je hoe bewegingen met een zeer hoge snelheid lengte en tijd beïnvloeden. Daarnaast worden ook de bekendste formule van Einstein en het zwarte gat besproken.

ThiemeMeulenhoff

Bovenin onze atmosfeer ontstaan muonen. Deze deeltjes bestaan zo kort, dat het onmogelijk lijkt om ze nog op zeeniveau te detecteren. Toch meet je muonen op het aardoppervlak. Hoe is dat mogelijk?

Figuur D.1

D.1 Tijdrek en lengtekrimp

Referentiestelsel

Wanneer een trein jou passeert, zeg je dat de trein beweegt ten opzichte van jou. Jij ziet alle bewegingen in een stelsel waarvan jij het middelpunt bent. Zo'n stelsel noem je een **referentiestelsel**. In dit voorbeeld legt de trein in jouw referentiestelsel een bepaalde afstand af in een bepaalde tijd.
Voor een passagier in de trein beweeg jij ten opzichte van de trein. In het referentiestelsel van de passagier ben jij degene die een bepaalde afstand in een bepaalde tijd aflegt. In de volgende paragraaf lees je meer over referentiestelsels.

Speciale relativiteitstheorie

Als twee waarnemers ten opzichte van elkaar bewegen, nemen ze voor hetzelfde proces een verschillende tijd en afstand waar. De enige waarneming die overeenkomt is de snelheid van het licht. Deze heeft voor elke waarnemer overal in de ruimte dezelfde waarde: $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s. Afgerond: $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.
De ruimte en de tijd zijn aan elkaar gekoppeld en vormen samen de **ruimtetijd**.

Muonen ontstaan bovenin de atmosfeer door botsingen van deeltjes uit de ruimte met moleculen in de atmosfeer. Een muon heeft een gemiddelde levensduur van maar 2,2 microseconde en beweegt met bijna de lichtsnelheid. Een muon kan dus maximaal een afstand afleggen van $x = c \cdot t = 3{,}0 \cdot 10^8 \times 2{,}2 \cdot 10^{-6} = 660$ meter. De atmosfeer is 10 km dik. Muonen zouden dus op het oppervlak van de aarde niet waargenomen kunnen worden.

De klassieke mechanica van Newton werkt hier kennelijk niet. Einsteins **speciale relativiteitstheorie** verklaart het waarnemen van de muonen wel. Einstein stelt dat

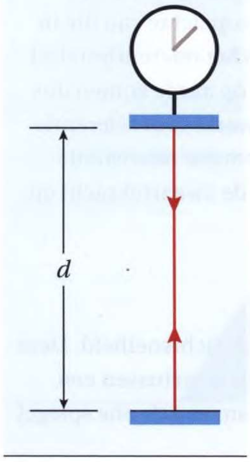
de afstanden in het referentiestelsel van de muonen zijn gekrompen ten opzichte van die in het referentiestelsel van een waarnemer op aarde. Tegelijkertijd is de tijd gerekt in het referentiestelsel van de waarnemers op aarde ten opzichte van die in het referentiestelsel van de muonen. De afstanden en tijden in het referentiestelsel van de muonen en in het referentiestelsel van de waarnemers op aarde komen dus niet meer overeen. De theorie heet 'speciaal' omdat hij enkel werkt voor referentiestelsels die eenparig ten opzichte van elkaar bewegen. De **algemene relativiteitstheorie** beschrijft ook versnelde bewegingen en het effect van de zwaartekracht op de ruimtetijd.

Tijdrek

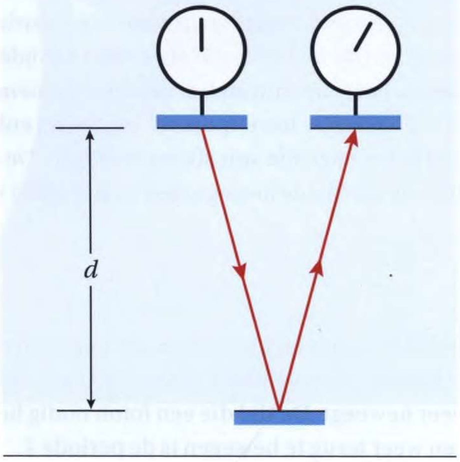
Licht kun je opgebouwd denken uit deeltjes die bewegen met de lichtsnelheid. Deze deeltjes noem je **fotonen**. Een **lichtklok** bestaat uit twee spiegels waartussen een foton heen en weer beweegt. De tijd die een foton nodig heeft om van de ene spiegel naar de andere en weer terug te bewegen is de periode T.
Anita zit in een trein naast de lichtklok, terwijl de trein Bruce voorbij rijdt.
Zie figuur D.2.

Figuur D.2

Anita ziet gedurende een periode de lichtklok zoals in figuur D.3. Bruce ziet de lichtklok dan zoals in figuur D.4. Voor Anita en Bruce beweegt het foton met dezelfde snelheid, namelijk de lichtsnelheid. Volgens Anita legt het foton gedurende één periode de afstand $2d$ af. Volgens Bruce is deze afstand dus groter dan $2d$. Als ze allebei met behulp van de lichtsnelheid de periode T berekenen, is de periode die Bruce berekent groter dan de periode die Anita berekent. Volgens Bruce doet het foton er dus langer over om tussen de twee spiegels heen en weer te bewegen dan volgens Anita. Kortom: een proces in een stelsel dat beweegt ten opzichte van jou, duurt voor jou langer dan voor een waarnemer in dat stelsel zelf. Dit verschijnsel noem je **tijdrek**.



Figuur D.3



Figuur D.4

Het referentiestelsel van de lichtklok noem je het **ruststelsel**. Anita bevindt zich dus in het ruststelsel van de klok omdat zij in rust is ten opzichte van de klok. De tijd in het referentiestelsel van Bruce is gerekt ten opzichte van de tijd in het ruststelsel. Je berekent de tijdrek met:

$$\Delta t_b = \gamma \cdot \Delta t_e$$

- Δt_b is de tijd van een proces in s, die een waarnemer meet als hij beweegt ten opzichte van het ruststelsel van het proces.
- Δt_e is de eigentijd van een proces in s, die een waarnemer meet als hij zich in het ruststelsel van het proces bevindt.
- γ is de relativistische factor en heeft geen eenheid.

De **relativistische factor** γ is altijd groter of gelijk aan 1. Er geldt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- v is de snelheid in m/s.
- c is de lichtsnelheid in m/s.

Dat je muonen detecteert op het aardoppervlak, terwijl ze maar 2,2 microseconde leven in hun ruststelsel, is een gevolg van tijdrek. De relativistische factor van een muon dat met een snelheid van 99,9% van de lichtsnelheid beweegt is:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}999c)^2}{c^2}}} = 22{,}4$$

In het ruststelsel van het muon leeft het muon 2,2 microseconde. In ons stelsel leeft het muon dan:

$\Delta t_b = \gamma \cdot \Delta t_e = 22{,}4 \times 4{,}9 \cdot 10^{-6} = 4{,}9 \cdot 10^{-5}$ s

In die tijd verplaatst het muon zich over een afstand van:

$s = v \cdot t = 0{,}999 \times 2{,}998 \cdot 10^{8} \times 4{,}9 \cdot 10^{-5} = 1{,}5 \cdot 10^{4}$ m = 15 km

De muonen kunnen dus de atmosfeer met een dikte van 10 km doorkomen.

Lengtekrimp

De tijd die twee waarnemers meten hangt af van hun referentiestelsel. Ook afstanden in de bewegingsrichting hangen af van het referentiestelsel van een waarnemer. In figuur D.5a zie je een laptop als de laptop stil staat ten opzichte van jou. In figuur D.5b zie je de laptop overdreven weergegeven als die ten opzichte van jou naar links of naar rechts beweegt. Een voorwerp dat ten opzichte van jou beweegt, neem je smaller waar. Dit verschijnsel heet **lengtekrimp**.

Deze lengtekrimp geldt alleen voor de richting waarin het voorwerp beweegt. Daarom is de breedte kleiner maar de hoogte niet.

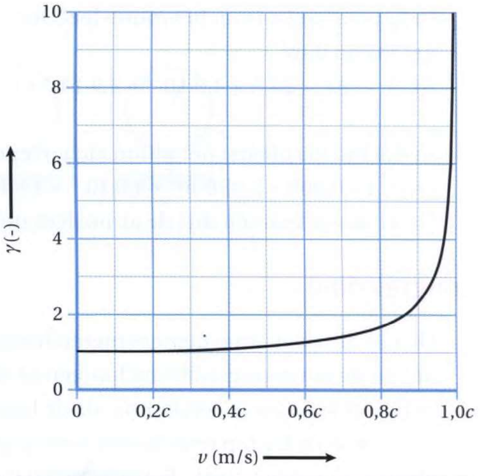
Figuur D.5 a b

De lengte in het bewegende stelsel bereken je met:

$$\ell_b = \frac{\ell_e}{\gamma}$$

- ℓ_b is de lengte in m die een waarnemer meet als hij beweegt ten opzichte van het ruststelsel van het voorwerp.
- ℓ_e is de eigenlengte in m die een waarnemer meet als hij zich in het ruststelsel van het voorwerp bevindt.
- γ is de relativistische factor en heeft zoals gezegd geen eenheid.

Opmerking
Figuur D.5 is sterk overdreven: de relativistische factor γ is bijna gelijk aan 1 bij snelheden lager dan 0,25c. Zie figuur D.6.



Figuur D.6

Voorbeeld
Astronaut Buzz reist met 80% van de lichtsnelheid naar de ster Proxima Centauri. Proxima Centuari staat op $4{,}0 \cdot 10^{16}$ m van de aarde. Zijn zus Lola neemt de reis vanaf de aarde waar.

a Toon aan dat de reis volgens Lola 5,3 jaar duurt.
b Bereken hoe groot de afstand tussen de aarde en Proxima Centauri is volgens Buzz.
c Bereken hoe lang de reis duurt volgens Buzz.

Uitwerking
a Lola is in rust ten opzichte van de aarde en Proxima Centauri. Zij neemt de eigenlengte ℓ_e van de afstand tussen de aarde en Proxima Centauri waar. Haar waargenomen tijd is Δt_{Lola}
$s = v \cdot t$
$\ell_e = v \cdot \Delta t_{\text{Lola}}$
$\ell_e = 4{,}0 \cdot 10^{16}$ m
$v = 0{,}80 \times 3{,}0 \cdot 10^8 = 2{,}4 \cdot 10^8$ m/s
$4{,}0 \cdot 10^{16} = 2{,}4 \cdot 10^8 \times \Delta t_{\text{Lola}}$
$\Delta t_{\text{Lola}} = 1{,}7 \cdot 10^8$ s = 5,3 jaar

b Buzz beweegt ten opzichte van de aarde en Proxima Centauri. De afstand aarde-Proxima Centauri is in het referentiestelsel van Buzz gekrompen. Voor de lengtekrimp geldt:
$\ell_b = \dfrac{\ell_e}{\gamma}$ met $\ell_e = 4{,}0 \cdot 10^{16}$ m
De relativistische factor is

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}80c)^2}{c^2}}} = 1{,}67$$

$$\ell_b = \frac{4{,}0 \cdot 10^{16}}{1{,}67} = 2{,}4 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

c Buzz is in beweging ten opzichte van de aarde en Proxima Centauri. Hij neemt de lengte ℓ_b en de tijd Δt_{Buzz} waar.

$s = v \cdot t$

$\ell_b = v \cdot \Delta t_{Buzz}$

$\ell_b = 2{,}4 \cdot 10^{16}$ m

$v = 0{,}80 \times 3{,}0 \cdot 10^8 = 2{,}4 \cdot 10^8$ m/s

$2{,}4 \cdot 10^{16} = 2{,}4 \cdot 10^8 \times t$

$\Delta t_{Buzz} = 1{,}0 \cdot 10^8$ s = 3,2 jaar

Op de klok van Buzz is minder tijd verstreken dan op de klok van Lola. Dat de reis volgens Buzz maar 3,2 jaar duurt kun je ook berekenen met behulp van de tijdrek die Lola waarneemt van het proces dat in het stelsel van Buzz plaatsvindt.
Voor deze tijdrek geldt:

$\Delta t_b = \gamma \cdot \Delta t_e$

$\gamma = 1{,}67$

$\Delta t_b = 5{,}3$ jaar

$5{,}3 = 1{,}67 \times \Delta t_e$

$\Delta t_e = 3{,}2$ jaar

Δt_e in het referentiestelsel van Lola is dus gelijk aan de tijd Δt_{Buzz} die Buzz waarneemt in zijn referentiestelsel.

Opmerking

Lola en Buzz bewegen ten opzichte van elkaar. Lola neemt dus ook lengtekrimp waar: de raket waarin Buzz reist ziet er voor Lola verkleind uit in de bewegingsrichting. Buzz neemt ook tijdrek waar als hij een proces op aarde bekijkt.

Opgaven

1 Een piloot vliegt in een straaljager met een lengte van 15 meter. Stel dat hij zou kunnen vliegen met een snelheid van 50% van de lichtsnelheid.

a Bereken hoe lang de straaljager is volgens een waarnemer op de grond.

b Bereken hoe groot de snelheid van de straaljager is wanneer een waarnemer op de grond meet dat de straaljager slechts 7,5 meter lang is.

2 Astronaut Buzz reist met 60% van de lichtsnelheid van de aarde weg. Buzz heeft contact met een controlepost op aarde. Hij vertelt gedurende 45 seconde aan de controlepost dat alles in orde is.

a Bereken hoe lang de boodschap volgens de controlepost duurt.

b Leg uit dat zijn stem lager klinkt in de controlepost.

De hartslag van astronaut Buzz is 70 slagen per minuut. Zijn hartslag wordt door de controlepost op aarde beluisterd.

c Bereken hoeveel slagen zijn hart per minuut maakt volgens de controlepost.

3 Muonen hebben een gemiddelde levensduur van 2,2 microseconde. Ze reizen door de atmosfeer met een snelheid van 99,9% van de lichtsnelheid. De atmosfeer is 10 km dik. Vanuit het referentiestelsel van de muonen beweegt de atmosfeer.

a Toon aan dat de muonen in hun stelsel een afstand van $6{,}6 \cdot 10^2$ m kunnen afleggen.

b Toon aan dat door de lengtekrimp de atmosfeer voor de muonen kleiner is dan $6{,}6 \cdot 10^2$ m.

4 Een trein met een lengte van 200 meter rijdt door een tunnel met een lengte van 150 meter. In het referentiestelsel van de tunnel komt de voorkant van de trein de tunnel uit wanneer de achterkant er net in gaat.
Bereken de snelheid van de trein.

5 De afstand tussen de spiegels van de lichtklok op pagina 6 is d, de periode die Anita meet is T_A en de periode die Bruce meet is T_B.

a Toon aan dat de lichtklok in het stelsel van Anita een periode heeft van $T_A = \frac{2d}{c}$.

b Toon aan dat de lichtklok in het stelsel van Bruce een periode heeft van
$T_B = \frac{\sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_A^2}}{c}$.

c Leid uit de formules van T_A en T_B af dat geldt $T_B = \gamma \cdot T_A$.

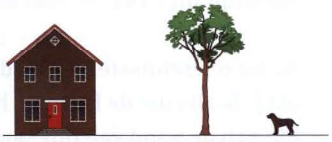
Het ontploffen van de eerste vuurpijl tijdens oud en nieuw gebeurt op een specifieke plaats en een specifieke tijd. Het is een gebeurtenis in de ruimtetijd die je kunt weergeven in een ruimtetijd-diagram. Wat is een ruimtetijd-diagram?

Figuur D.7

D.2 Ruimtetijd-diagram

Referentiestelsels

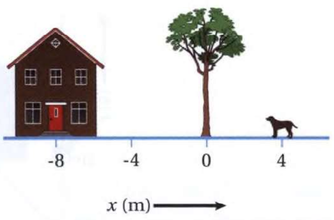
In een **ruimtetijd-diagram** kun je tegelijkertijd laten zien hoe een stilstaande waarnemer en een bewegende waarnemer verschijnselen ervaren. Daarvoor moet je eerst meer weten van referentiestelsels.



Figuur D.8

In figuur D.8 weet je niet waar het huis zich bevindt ten opzichte van de boom: er is geen assenstelsel aangegeven. In figuur D.9 is dat wel het geval: de voordeur bevindt zich 8 meter links van de boom.

In feite bevestig je een assenstelsel aan de boom, met de boom in de oorsprong. Zo'n stelsel noem je een **referentiestelsel**: de boom is in dit geval de referentie voor alle plaatsen. Omdat het huis niet beweegt ten opzichte van de boom, bevindt het huis zich in het ruststelsel van de boom.

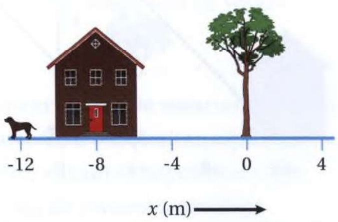


Figuur D.9

Als de hond gaat lopen, verandert zijn plaats ten opzichte van de boom. In figuur D.10 zie je de hond 10 seconden later. Zijn snelheid is dus

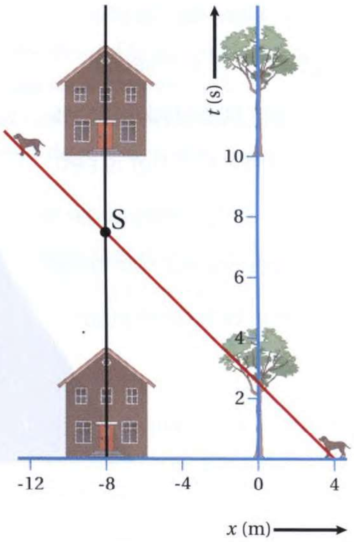
$$\frac{-12-(+4)}{10} = -1{,}6 \text{ m/s}.$$

Het minteken geeft aan dat de hond naar links is gelopen. De hond beweegt zich ten opzichte van het ruststelsel van de boom.



Figuur D.10

In figuur D.11 zie je het ruimtetijd-diagram van de beweging van de voordeur en de hond in het referentiestelsel van de boom. Dit diagram toont hoe de boom de ruimtetijd 'waarneemt'. De ruimte is horizontaal uitgezet en de tijd verticaal. Je ziet dat de voordeur niet beweegt ten opzichte van de boom: de zwarte grafiek loopt evenwijdig aan de blauwe lijn. De hond beweegt wel ten opzichte van de boom: de rode grafiek loopt schuin. Bereken je $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ dan is de uitkomst weer –1,6 m/s.
De rode, de zwarte en ook de blauwe lijn zijn voorbeelden van **wereldlijnen**. Een wereldlijn beschrijft de beweging van een voorwerp in een referentiestelsel.

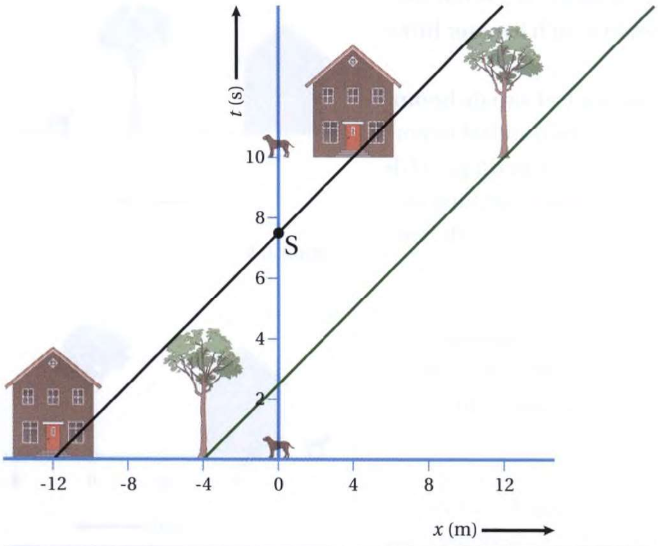


Figuur D.11

Gebeurtenis

Een punt in een ruimtetijd-diagram noem je een **gebeurtenis**. De gebeurtenis 'De hond loopt voorbij de voordeur' is in figuur D.11 het snijpunt S van de rode en de zwarte lijn.

In het referentiestelsel van de hond ziet het ruimtetijd-diagram er uit zoals in figuur D.12. Je ziet dat de hond nu hoort bij alle punten waarvoor geldt $x = 0$ m. De wereldlijn van de hond valt dus samen met de tijdas.
In figuur D.12 is de gebeurtenis 'de hond loopt voorbij de voordeur' het snijpunt S van de zwarte lijn met de tijdas. Voor de hond beweegt dus het huis. Het huis en de boom bewegen ten opzichte van de hond met dezelfde constante snelheid, zodat de

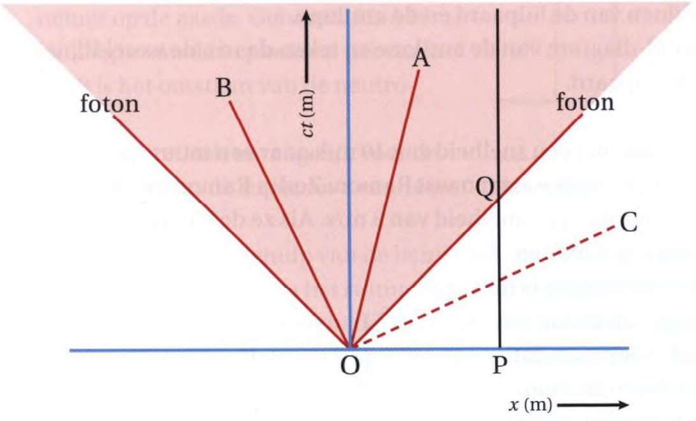


Figuur D.12

wereldlijnen van de voordeur en de boom evenwijdig lopen. Bereken je voor deze wereldlijnen $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ dan is de uitkomst +1,6 m/s. De waarde is dezelfde maar nu positief. Dit komt omdat het huis en de boom ten opzichte van de hond naar rechts bewegen.

Lichtkegel

Als een voorwerp niet beweegt ten opzichte van een referentiestelsel, is de wereldlijn van dat voorwerp evenwijdig aan de tijd-as. Hoe sneller een voorwerp beweegt, des te groter is de hoek tussen de wereldlijn en de tijd-as. Het is niet mogelijk om sneller te bewegen dan de lichtsnelheid. De wereldlijn van een foton valt in het ruimtetijd-diagram van figuur D.12 vrijwel samen met de horizontale as. Om zo'n wereldlijn goed zichtbaar te kunnen weergeven in een ruimtetijd-diagram, vermenigvuldig je de eenheid van de tijd-as met de lichtsnelheid c. De grootheid langs de verticale as is dan ct met als eenheid m, omdat je snelheid vermenigvuldigt met tijd.
Voor een foton in de oorsprong dat in positieve richting beweegt, geldt: $x = c \cdot t$.
De waarde van x en de waarde van ct van het foton zijn dus gelijk aan elkaar.
De wereldlijn van een foton is dus een rechte lijn door de oorsprong onder een hoek van 45°. Zie figuur D.13.



Figuur D.13

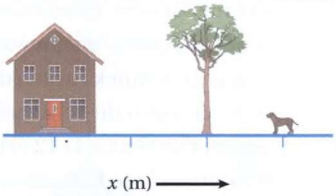
In figuur D.13 zie je ook de wereldlijnen van een aantal voorwerpen. A heeft de laagste snelheid. De wereldlijn van C is onmogelijk: de snelheid van C zou groter zijn dan die van het foton. De twee fotonen die in de oorsprong naar links en naar rechts bewegen, geven aan wat een waarnemer in de oorsprong O kan waarnemen. Het gebied tussen de wereldlijnen van de fotonen noem je de **lichtkegel** van de waarnemer in de oorsprong.

In figuur D.13 stelt gebeurtenis P het begin van een concert voor. De waarnemer in O kan niet bij het begin van het concert zijn, want gebeurtenis P valt buiten zijn lichtkegel. Gebeurtenis Q geeft het moment aan dat een foton vanuit O het concert met de lichtsnelheid passeert. De waarnemer in O kan slechts de zwarte wereldlijn bereiken boven Q. Dat betekent dus dat hij pas bij het concert kan zijn als het al een tijdje bezig is.

De waarnemer in O kan dus niet bij alle gebeurtenissen zijn in de ruimtetijd. De waarnemer in O kan alleen aanwezig zijn bij gebeurtenissen die zich binnen de lichtkegel van de waarnemer in O bevinden.

Opgaven

▶ werkblad 6 Figuur D.14 is het begin van een ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van het huis. De hond loopt naar links met een constante snelheid van 1,6 m/s. In figuur D.14 ontbreken de verticale as, het as-bijschrift en de wereldlijnen van de hond en van de boom.
Maak het ruimtetijd-diagram van figuur D.14 af.



Figuur D.14

7 Een luipaard ligt achter een bosje en ziet een antilope. De luipaard en de antilope beginnen te rennen met constante snelheid. De luipaard is sneller dan de antilope en krijgt haar te pakken.

a Schets het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van het bosje en teken daarin de wereldlijnen van de luipaard en de antilope.

b Schets het ruimtetijd-diagram van de antilope en teken daarin de wereldlijnen van het bosje en de luipaard.

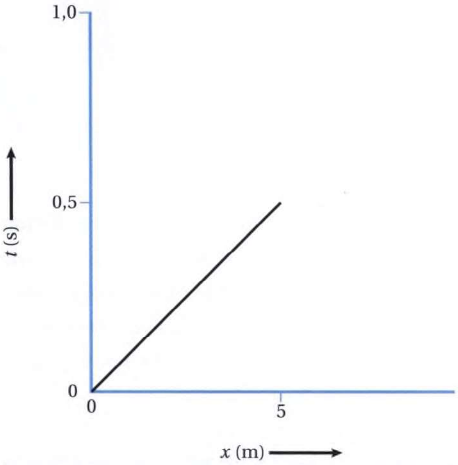
▶ werkblad 8 Ramon gooit een tennisbal met een snelheid van 10 m/s naar een muur die zich 5 meter van hem af bevindt. Aimee staat naast Ramon. Zodra Ramon de bal gegooid heeft, rent ze naar de muur met een snelheid van 3 m/s. Als ze de bal bereikt, vangt ze deze en stopt ze direct met rennen.
In het referentiestelsel van Ramon is in figuur D.15 de beweging van de bal tot aan de muur getekend. Neem aan dat de bal na het stuiteren tegen de muur met dezelfde snelheid beweegt. Neem aan dat Aimee op dezelfde plaats staat als Ramon.

a Teken de beweging van Aimee in het ruimtetijd-diagram van Ramon.

De gebeurtenis 'Aimee vangt de bal' noem je V.

b Construeer gebeurtenis V.

c Schets het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van de tennisbal met de wereldlijnen van Aimee en Ramon en geef daarin gebeurtenis V aan.



Figuur D.15

9 Op het moment dat je in Nederland de zon achter de horizon ziet verdwijnen, is de zon in feite al 8 minuten onder.

a Toon dat aan met behulp van gegevens uit BINAS.

Bij nieuwe maan bevindt de maan zich tussen de zon en de aarde. Stel je staat op de maan en je neemt de gebeurtenis 'de zon gaat onder in Nederland' waar.

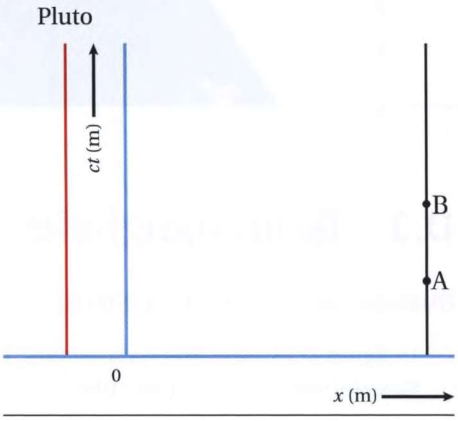
b Leg uit of je deze gebeurtenis eerder of later waarneemt dan mensen in Nederland.

▶ **werkblad** 10 Een supernova is het verschijnsel wat je waarneemt als een ster explodeert. In 1604 was een supernova met het blote oog waar te nemen. De explosie vond plaats op een afstand van $2{,}0 \cdot 10^3$ lichtjaar.

a Bereken in welk jaar deze supernova plaatsvond.

Bij sommige supernova's blijft een neutronenster over op de plek van de zware ster. In figuur D.16 is de zwarte lijn de wereldlijn van een supernova in het ruimtetijd-diagram van een waarnemer op de aarde. Gebeurtenis A is het begin van de explosie en gebeurtenis B is het ontstaan van de neutronenster.

Het is theoretisch onmogelijk voor de waarnemer om de supernova van 1604 mee te maken.



Figuur D.16

b Leg dit uit met behulp van de lichtkegel van een waarnemer in de oorsprong.

c Leg aan de hand van het ruimtetijd-diagram uit dat de zware ster al een neutronenster is op het moment dat de supernova op aarde wordt waargenomen.

De wereldlijn van Pluto geeft aan dat Pluto tijdens de supernova er verder vanaf staat dan de aarde.

d Leg uit dat een waarnemer op Pluto de supernova later waarneemt.

Voor een waarnemer op Pluto duurt het bestaan van de supernova even lang als voor een waarnemer op aarde.

e Leg dit uit met behulp van lichtkegels.

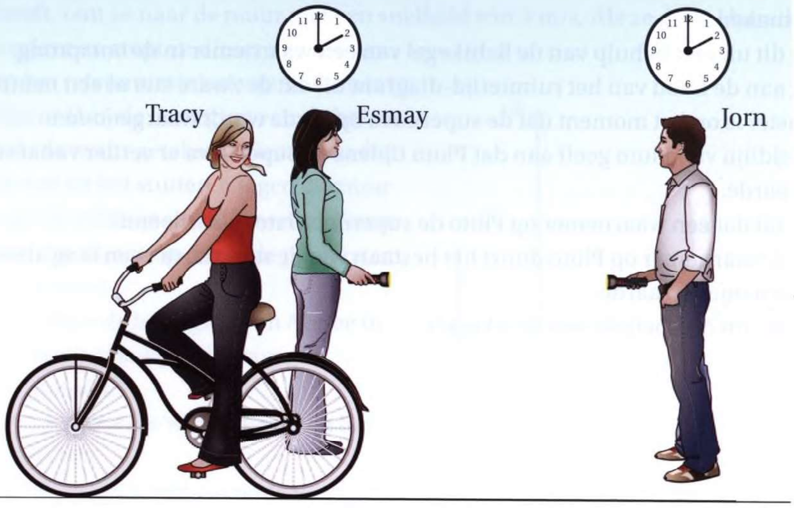
Soms slaat de bliksem op twee plaatsen tegelijkertijd in. Toch zal niet iedereen de twee inslagen tegelijkertijd waarnemen. Hoe komt dat?

Figuur D.17

D.3 Gelijktijdigheid

Ruimtetijddiagram en gelijktijdigheid

In figuur D.18 zie je drie waarnemers: Tracy, Esmay en Jorn. Tracy beweegt naar links terwijl Esmay en Jorn stilstaan.



Figuur D.18

In het ruimtetijd-diagram van figuur D.19 zie je de wereldlijnen van Tracy en Jorn in het referentiestelsel van Esmay.

In figuur D.19 zie je vier gebeurtenissen:

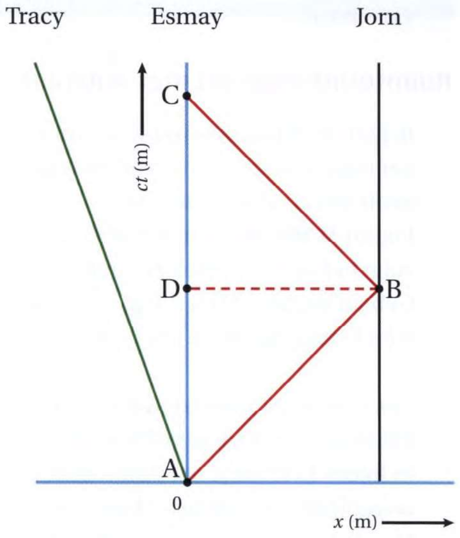
A: Esmay zendt een lichtpuls naar Jorn.

B: Jorn ontvangt de lichtpuls en zendt direct een nieuwe lichtpuls naar Esmay.

C: Esmay ontvangt de lichtpuls van Jorn.

D: In figuur D.19 is ook punt D aangegeven. Dit is het tijdstip dat volgens Esmay precies tussen A en C valt.

In het stelsel van Esmay en Jorn zijn de gebeurtenissen B en D gelijktijdig. Het licht doet er even lang over om van Esmay naar Jorn te bewegen als van Jorn naar Esmay. Omdat D precies tussen A en C inligt, duurt AD even lang als DC. Alle punten op de horizontale lijn BD vinden in het stelsel van Esmay en Jorn op hetzelfde tijdstip plaats. Gebeurtenissen die **gelijktijdig** plaatsvinden liggen dus op een lijn evenwijdig aan de ruimte-as.

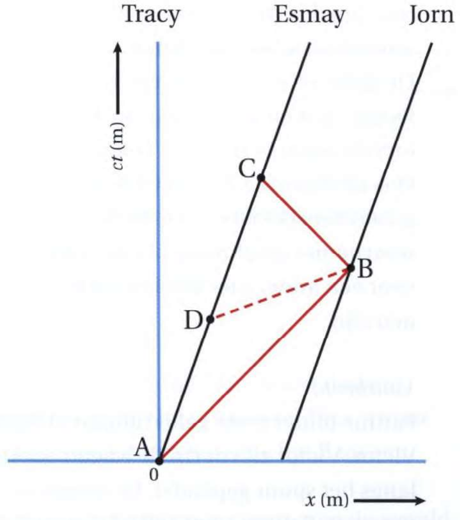


Figuur D.19

Tracy bekijkt de gebeurtenissen A t/m D. Het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van Tracy zie je in figuur D.20. De hoek tussen de wereldlijnen van Tracey en Esmay is gelijk aan die in figuur D.19.

Gebeurtenis D ligt nog steeds precies midden tussen A en C in. De wereldlijn van het foton dat van A naar B gaat, loopt nog steeds onder een hoek van 45° met de tijdas omdat de lichtsnelheid voor Tracy dezelfde is als voor Esmay en Jorn. Hetzelfde geldt voor de wereldlijn BC.

Voor Tracy is de lijn DB niet evenwijdig aan de ruimte-as. Voor Tracy zijn de gebeurtenissen B en D dus niet gelijktijdig. Gebeurtenis D vindt volgens Tracy eerder plaats dan gebeurtenis B.



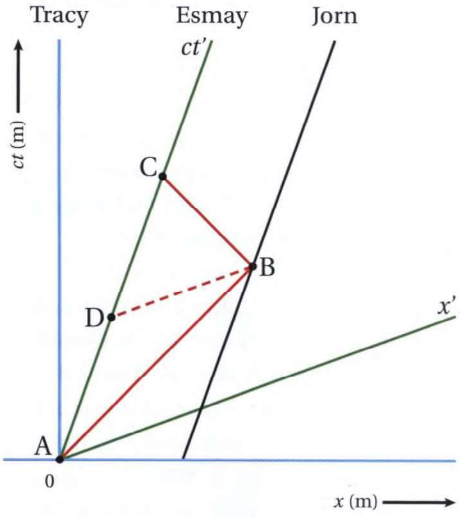
Figuur D.20

Doordat Tracy beweegt ten opzichte van Esmay en Jorn, is gelijktijdigheid voor Tracy niet hetzelfde als voor Esmay en Jorn.
In het dagelijks leven merk je hier echter niets van doordat het verschil in gelijktijdigheid verwaarloosbaar klein is. Dat komt doordat de snelheden waarmee je beweegt op aarde veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid. Pas wanneer snelheden in de orde van grootte van de lichtsnelheid zijn, moet je ermee rekening houden dat gelijktijdigheid alleen maar kan bestaan voor waarnemers die stilstaan ten opzichte van elkaar.

Ruimtetijd-diagram met stilstaande en bewegende waarnemer

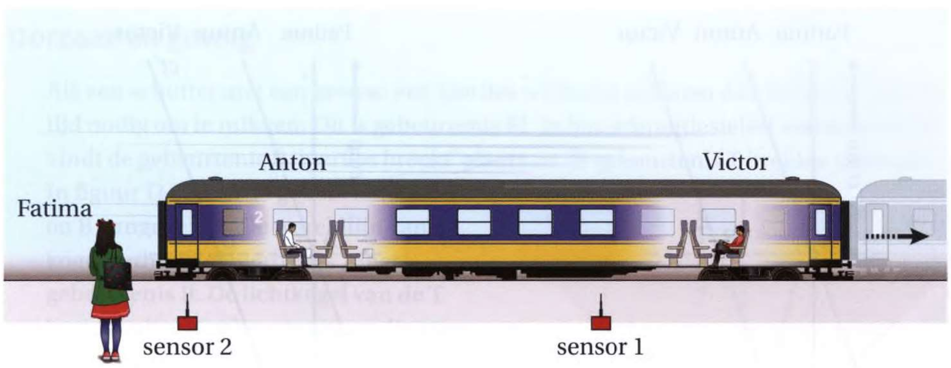
Je kunt in één ruimtetijd-diagram een tweede assenstelsel tekenen om daarmee ook het referentiestelsel van een bewegende waarnemer weer te geven. Dit assenstelsel heeft een *ct'*-as en een *x'*-as.
Figuur D.20 is het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van Tracy. Je voegt als volgt het referentiestelsel van Esmay eraan toe. Daarbij gebruik je figuur D.19. Gebeurtenissen D en C liggen in figuur D.19 op de *ct*-as van Esmay. Dus de *ct'*-as voor Esmay ligt op de lijn door de gebeurtenissen D en C. Zie figuur D.21.

Tracy weet dat gebeurtenis B en D in het stelsel van Esmay gelijktijdig zijn. In figuur D.19 zie je dat de lijn door de gelijktijdige gebeurtenissen B en D voor Esmay evenwijdig loopt aan de ruimte-as. Dus loopt de *x'*-as van Esmay evenwijdig aan de lijn BD. Zie figuur D.21. De groengekleurde lijnen zijn dus de assen *x'* en *ct'* van het referentiestelsel van Esmay.
De tijdas *ct'* en de ruimteas *x'* van Esmay maken een even grote hoek met de assen *ct* en *x* van Tracy.
Ook uit figuur D.21 blijkt dat twee gebeurtenissen die voor de ene waarnemer gelijktijdig plaatsvinden, voor een ander niet gelijktijdig kunnen zijn.



Figuur D.21

Voorbeeld
Fatima onderzoekt gelijktijdigheid bij een snelle trein. In de wagon zitten Anton en Victor. Victor zit voorin de wagon en Anton zit achterin. Fatima heeft twee sensoren langs het spoor geplaatst. De sensoren registreren het tijdstip waarop Anton of Victor passeert. Fatima staat zelf bij sensor 2. Op $t = 0$ bereikt Victor sensor 2.
In het stelsel van Fatima blijkt het tijdstip waarop Victor sensor 1 passeert hetzelfde te zijn als het tijdstip waarop Anton sensor 2 passeert. In figuur D.22 zie je een schematische weergave van deze situatie in het referentiestelsel van Fatima.



Figuur D.22

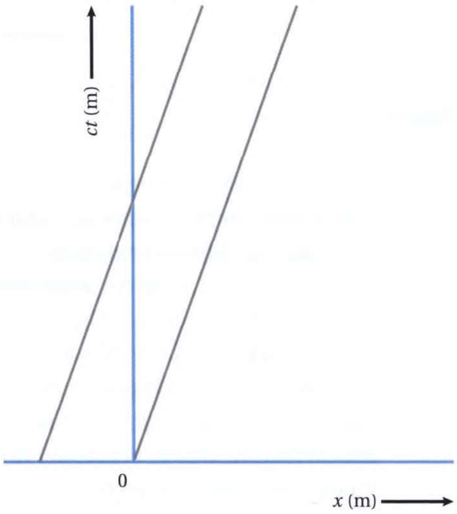
Figuur D.23 is het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van Fatima, met de wereldlijnen van Anton en Victor.

a Geef in figuur D.23 de volgende gebeurtenissen weer:
A: 'Anton passeert sensor 2'
B: 'Victor passeert sensor 1'

Anton en Victor bepalen beiden met een klok het moment waarop ze de sensoren passeren.

b Teken in figuur D.23 de assen van het referentiestelsel van Victor.

c Toon met behulp van figuur D.23 aan dat in het referentiestelsel van Victor het tijdstip waarop Victor sensor 1 passeert, niet gelijk is aan het tijdstip waarop Anton sensor 2 passeert.



Figuur D.23

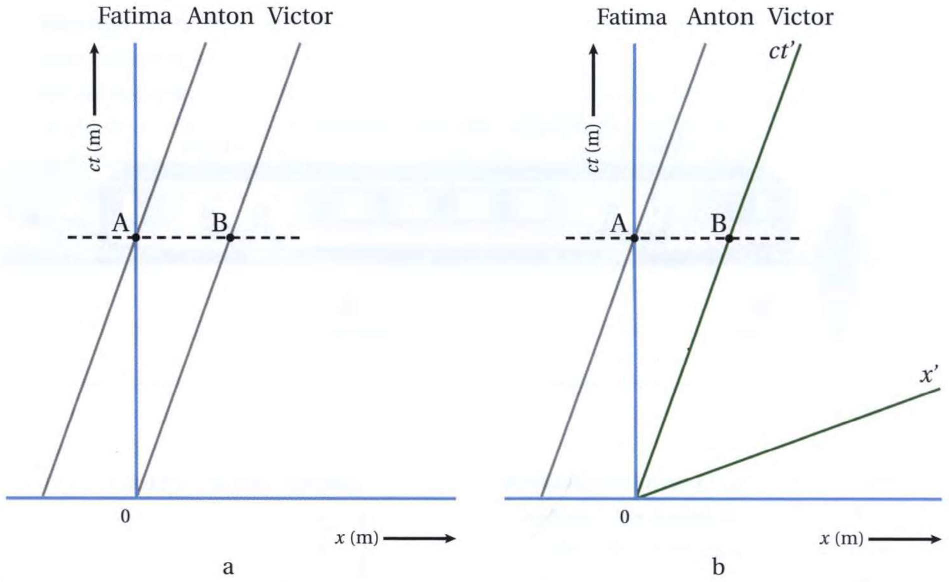
Als de wagon stilstaat, dan is de afstand tussen Anton en Victor groter dan de afstand tussen de twee sensoren.

d Leg dit uit.

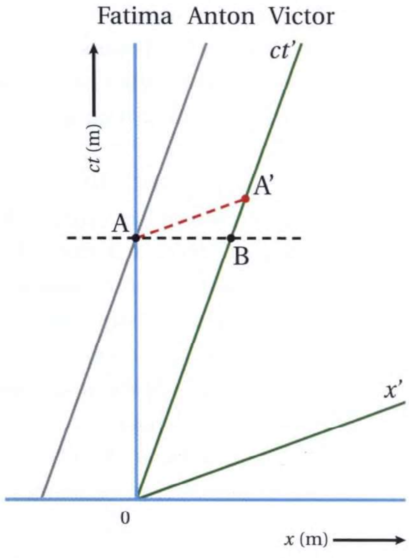
Uitwerking

a Zie figuur D.24a: Voor gebeurtenis A geldt $x = 0$, want het valt samen met de plaats van Fatima. Dus A ligt op het snijpunt van de tijdas en wereldlijn 'Anton'. Gebeurtenis B is in het stelsel van Fatima gelijktijdig met A, dus ligt B op een horizontale lijn door A.

b Zie figuur D.24b. De tijdas ct' van het stelsel van Victor valt samen met de wereldlijn van Victor. De hoek tussen ct' en ct is even groot als de hoek tussen x' en x.



Figuur D.24



Figuur D.25

c Zie figuur D.25. Gebeurtenissen die in het referentiestelsel van Victor gelijktijdig zijn, liggen op lijnen evenwijdig met zijn ruimteas x'. De lijn AA' loopt evenwijdig aan de ruimteas x'. Gebeurtenis A is het moment waarop Anton sensor 2 passeert. Victor zal zeggen dat gebeurtenis A gelijktijdig plaatsvindt met gebeurtenis A'. Dus in het stelsel van Victor vindt gebeurtenis B eerder plaats dan gebeurtenis A.

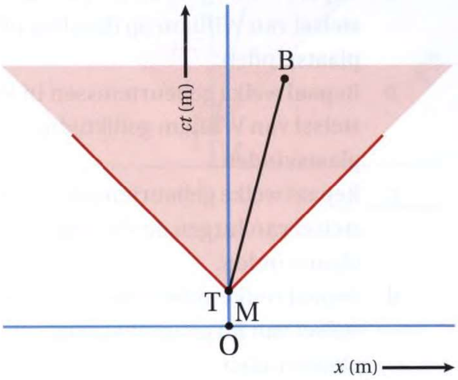
d In het referentiestelsel van Fatima is de afstand tussen de sensoren even groot als de afstand tussen Anton en Victor. De trein beweegt echter ten opzichte van Fatima. Er is dan sprake van lengtekrimp. Volgens Fatima is dus de afstand tussen Anton en Victor tijdens de beweging van de trein kleiner dan bij stilstand van de trein.

Opmerking

De snelste treinen halen een snelheid van 430 km/h. In dat geval is de hoek tussen de twee ruimte-assen x en x' kleiner dan tienduizendste graad. De tijdas ct' van Victor loopt dan vrijwel verticaal. De gebeurtenissen A' en B vallen dan vrijwel samen en dan is het verschil in gelijktijdigheid dus verwaarloosbaar klein.

Oorzaak en gevolg

Als een schutter met een geweer een bierfles wil kapot schieten dan heeft hij even de tijd nodig om te mikken. Dit is gebeurtenis M. In het referentiestelsel van de schutter vindt de gebeurtenis B 'bierfles breekt' plaats na de gebeurtenis T 'trekker overhalen'. In figuur D.26 zijn de gebeurtenis M, T en B aangegeven. De wereldlijn van de kogel verbindt gebeurtenis T met gebeurtenis B. De lichtkegel van de T bestaat uit alle gebeurtenissen die voor elke waarnemer na T plaatsvinden. De wereldlijn van de kogel valt binnen de lichtkegel van T, want de kogel heeft een kleinere snelheid dan de lichtsnelheid. Voor elke waarnemer valt gebeurtenis B binnen de lichtkegel. Dus zal voor elke waarnemer de fles pas breken nadat de trekker is overgehaald.

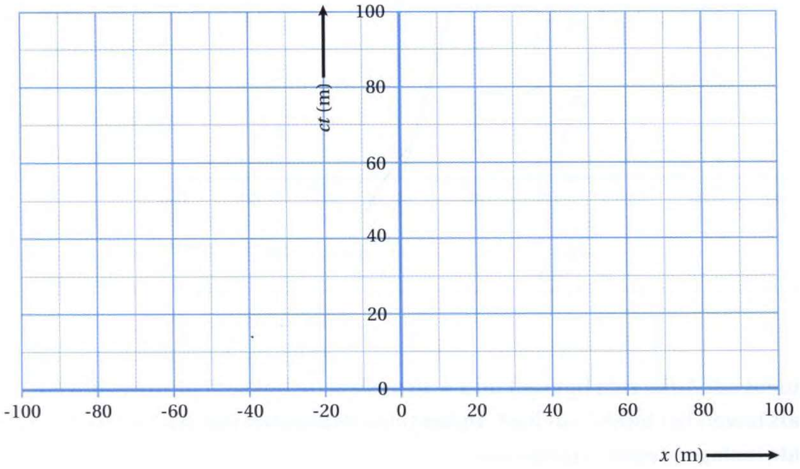


Figuur D.26

Opgaven

▶ werkblad 11 In onderstaande vragen staat telkens de plaats van een waarnemer en de snelheid waarmee hij beweegt. In figuur D.27 zie je een leeg ruimtetijd-diagram. Teken in figuur D.27 de wereldlijnen voor elke waarnemer.

a $v = 0{,}1c$ en $x_0 = -60$ m
b $v = -0{,}3c$ en $x_0 = 60$ m
c $v = 0{,}8c$ en $x_0 = 30$ m
d $v = -0{,}9c$ en $x_0 = -30$ m



Figuur D.27

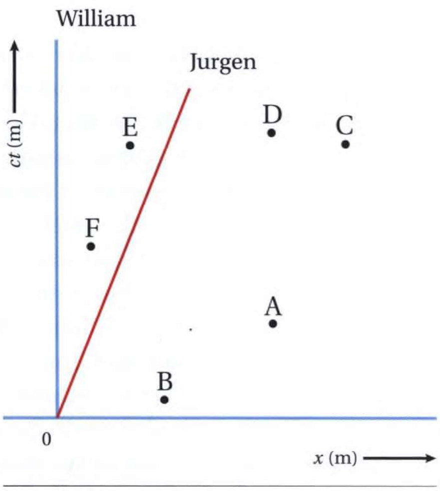
▶ werkblad 12 Figuur D.28 is een ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van William met daarin zes gebeurtenissen. Bovendien zie je de wereldlijn van Jurgen.

a Bepaal welke gebeurtenissen in het stelsel van William op dezelfde plek plaatsvinden.

b Bepaal welke gebeurtenissen in het stelsel van William gelijktijdig plaatsvinden.

c Bepaal welke gebeurtenissen in het stelsel van Jurgen op dezelfde plek plaatsvinden.

d Bepaal welke gebeurtenissen in het stelsel van Jurgen gelijktijdig plaatsvinden.

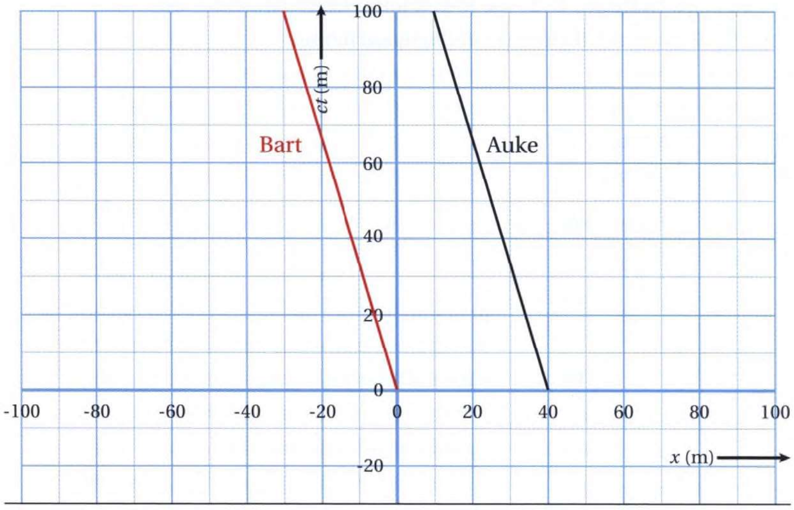


Figuur D.28

▶ werkblad 13 Figuur D.29 is het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van Yuen met de wereldlijnen van Bart en Auke.

a Bepaal de snelheid van Bart en Auke ten opzichte van Yuen.

b Teken in figuur D.29 de x'-as van het referentiestelsel van Auke.



Figuur D.29

Op het moment dat Auke zich bevindt op $x = 30$ m slaat de bliksem in zowel boven zijn hoofd als boven het hoofd van Bart. In het referentiestelsel van Bart en Auke vonden beide inslagen tegelijktijdig plaats.

c Geef in figuur D.29 in het referentiestelsel van Bart en Auke de inslag boven Auke weer met A en boven Bart met B.

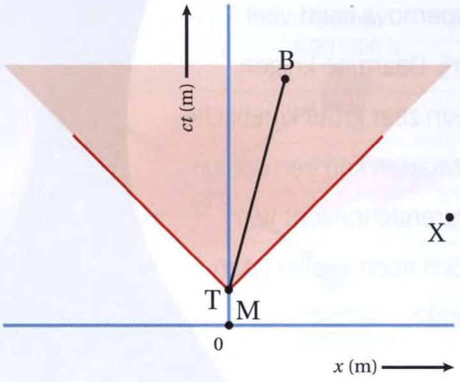
d Leg uit dat in het referentiestelsel van Yuen de twee inslagen nooit tegelijkertijd hebben kunnen plaatsvinden.

▶ werkblad 14 Een schutter bevindt zich op 80 m van een bierfles. Hij schiet een kogel af met een snelheid van 27% van de lichtsnelheid.

a Bereken hoelang het duurt voordat de kogel de bierfles bereikt.

In figuur D.30 is de gebeurtenis 'trekker overhalen' aangegeven met de letter T. De gebeurtenis 'bierfles breekt' is aangegeven met de letter B.

b Bereken de afstand die de kogel in het referentiestelsel van de kogel aflegt voordat hij de bierfles bereikt.



Figuur D.30

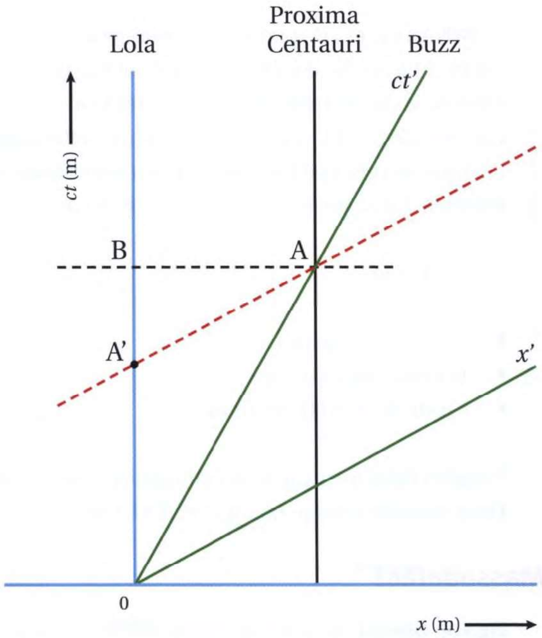
Een tweede schutter beweert dat de eerste schutter miste en dat hij zelf degene was die de fles kapot schoot. De gebeurtenis 'de tweede schutter haalt zijn trekker over' is aangegeven met de letter X.

c Bepaal of de tweede schutter gelijk kan hebben.

▶ werkblad ▶ hulpblad 15 Astronaut Buzz reist naar de ster Proxima Centauri met een snelheid van 80% van de lichtsnelheid. Zijn zus Lola neemt de reis vanaf de aarde waar. De reis duurt in het referentiestelsel van Lola 5,3 jaar. Figuur D.31 is het ruimtetijd-diagram van de reis van Buzz in het referentiestelsel van Lola.

Gebeurtenis A is het moment dat Buzz aankomt bij Proxima Centauri.

Gebeurtenis B is het moment in het referentiestelsel van Lola waarop Buzz aankomt bij Proxima Centauri.



Figuur D.31

a Leg uit dat gebeurtenis A en B volgens Lola gelijktijdig zijn.

b Leg uit dat gebeurtenis A en A' volgens Buzz gelijktijdig zijn.

c Leg aan de hand van figuur D.31 uit dat de reistijd in het referentiestelsel van Buzz kleiner is dan 5,3 jaar.

D.6 Afsluiting

Samenvatting

De ruimte en de tijd vormen samen de ruimtetijd. Elke waarnemer ziet een specifieke combinatie van ruimte en tijd. Dat komt doordat elke waarnemer zijn eigen referentiestelsel heeft.
De lichtsnelheid is voor alle waarnemers gelijk. Daardoor is de tijd tussen twee gebeurtenissen verschillend voor referentiestelsels die ten opzichte van elkaar bewegen. Dit leidt tot tijdrek en lengtekrimp.
Een tijdsinterval in een bewegend referentiestelsel is groter voor een waarnemer die stilstaat ten opzichte van dat referentiestelsel. Afstanden in de bewegingsrichting ziet de stilstaande waarnemer kleiner. Dit werkt ook andersom: volgens de waarnemer in het bewegend referentiestelsel beweegt namelijk de stilstaande waarnemer.

Hoe een voorwerp door de ruimtetijd beweegt, geef je weer in een ruimtetijd-diagram. Op de horizontale as is de ruimte x uitgezet en verticaal de tijd t. Zo'n diagram geldt voor een waarnemer in de oorsprong van dat diagram. De grafiek van de beweging van een voorwerp noem je de wereldlijn.
Vermenigvuldig je de tijd met de lichtsnelheid c dan is de verticale as een ct-as. De wereldlijn van een foton maakt dan altijd een hoek van 45° met deze as. Dit kan zowel naar links als naar rechts. Teken je de twee wereldlijnen van een foton vanuit een waarnemer dan vormen deze de grenzen van de lichtkegel. Een waarnemer kan alleen gebeurtenissen zien die zich binnen de lichtkegel bevinden.

Twee gebeurtenissen noem je gelijktijdig als ze op hetzelfde tijdstip plaatsvinden. Ziet een waarnemer twee gebeurtenissen tegelijkertijd, dan bevinden die gebeurtenissen zich in zijn ruimtetijd-diagram op een lijn evenwijdig met zijn ruimte-as. Beweegt een tweede waarnemer ten opzichte van de eerste waarnemer dan zijn die twee gebeurtenissen voor hem niet gelijktijdig. De assen van het ruimtetijd-diagram van de tweede waarnemer zijn over een hoek gedraaid ten opzichte van de eerste waarnemer. De tijd-as en de ruimte-as van het referentiestelsel van de tweede waarnemer maken een even grote hoek met de overeenkomstige assen van de eerste waarnemer.

[illegible]ergie van een deeltje bestaat uit rustenergie en kinetische energie. Zij[illegible] tenergie he[illegible] dezelfde waarde. Deze energie bereken je [illegible]ormule van Einstein. De kinetische [illegible]hangt van af de s[illegible] De som van de rustenergie en de kinetische energie noem je [illegible]gie. Deze som kun je ook berekenen met een relativistisch[illegible]
Bij een [illegible]ssen twee kernen is de massa na de reactie niet [illegible]n de massa [illegible] de reactie. Een gedeelte van de massa is dan omgezet in energie of anders[illegible]

Ee[redacted]tekrachtveld beïnvloedt de ruimtetijd. Daardoor lopen klokken i[redacted] zwaartekrachtve[redacted]zamer voor een waarnemer die nau[redacted]vloed van een zwaartekrachtveld ondervind[redacted]
Een zwaartekrachtveld laat licht [redacted]nderen. Is het zwaartekrachtveld sterk genoeg, dan k[redacted]et zwaartekrachtveld zelfs [redacted] niet verlaten. Je spree[redacted] een zwart gat.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

tijdrek	$\Delta t_b = \gamma \cdot \Delta t_e$
relativistische factor	$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
lengtekrimp	$\ell_b = \frac{\ell_e}{\gamma}$
[redacted]ule van Einstein	$E = m \cdot c^2$
totale energie	$E_{tot} = E_0 + E_{kin}$
totale energie	[redacted] $\gamma \cdot m \cdot c^2$
schwarzschildstra[redacted]	$R_s = 2G$ [redacted] c^2
[redacted]oor zwaartekrachtveld	$\Delta t_{zw} = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{R_s}{r}}$

De eerste vier formules vind je terug in BINAS tabel 35E E3 Kernfysica en E6 Radioactiviteit.

hulpblad 26 Bij een botsing tussen twee protonen in de Large Hadron Collider (LHC) kan een neutraal pion ontstaan. De massa van een pion is 264 keer zo groot als de massa van een elektron. De totale energie van een bepaald neutraal pion is gelijk aan 210 MeV.

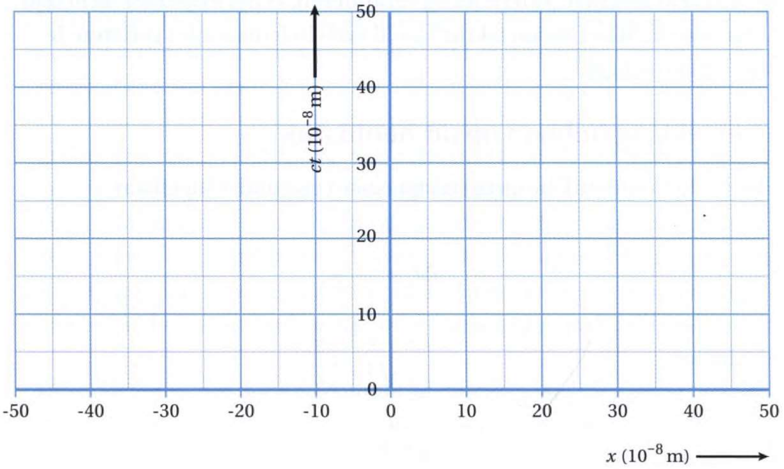
a Toon aan dat de snelheid van het pion 77% van de lichtsnelheid is.

Een neutraal pion kan overgaan in twee fotonen. De gemiddelde levensduur van een pion bedraagt $8{,}4 \cdot 10^{-17}$ s.

b Toon aan dat het pion in het referentiestelsel van de LHC een afstand aflegt van $3{,}0 \cdot 10^{-8}$ m.

Figuur D.42 is een leeg ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van de LHC.

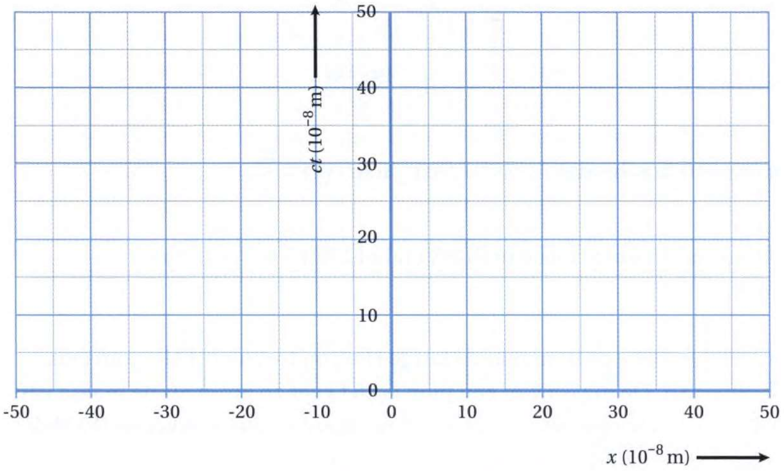
c Teken in figuur D.42 de wereldlijn van het pion en de wereldlijnen van de twee fotonen die ontstaan. Neem aan dat het pion in de oorsprong is ontstaan.



Figuur D.42

Figuur D.43 is een leeg ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van het pion.

d Teken in figuur D.43 de wereldlijn van het pion en de wereldlijnen van de twee fotonen die ontstaan. Neem aan dat het pion in de oorsprong is ontstaan.



Figuur D.43

27 Evelien en Gert bouwen samen een raket. Evelien is 27 jaar en Gert is 19 jaar. Evelien reist met de raket naar de ster Altair en keert direct terug naar aarde. Neem aan dat de raket een constante snelheid heeft van 0,80*c*. Gert blijft achter op de aarde.

a Toon aan met behulp van BINAS tabel 32B dat de afstand tot Altair 16,7 lichtjaren is.

b Toon aan dat de leeftijd van Gert 61 is wanneer Evelien terugkeert.

Vanwege tijdrek duurde de reis van Evelien voor Gert langer dan voor Evelien zelf.

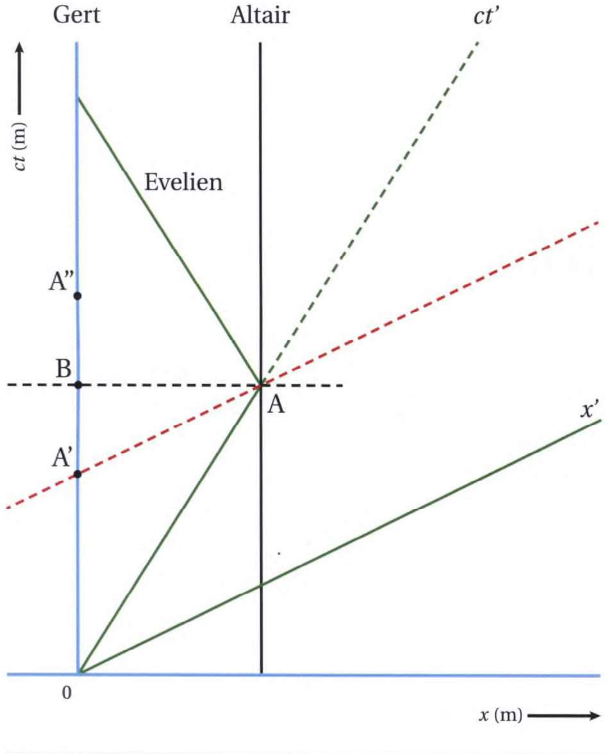
c Bereken of Evelien bij terugkomst op aarde jonger is dan haar broer.

Dit verschil in tijd volgt uit het het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van Gert. In figuur D.44 zie je het ruimtetijd-diagram van Gert met daarin de heen- en terugreis van Evelien.

Gebeurtenis A is het omkeren van Evelien bij de ster Altair. Vlak voordat Evelien aankomt bij Altair, zijn in het referentiestelsel van Evelien de gebeurtenissen A en A' gelijktijdig. Vlak nadat Evelien is omgekeerd, zijn in haar referentiestelsel gebeurtenissen A en A'' gelijktijdig.

d Leg uit waarom na het omkeren de gebeurtenissen A en A'' gelijktijdig zijn in het stelsel van Evelien. Construeer daartoe de *ct''*-as die overeenkomt met de terugreis van Evelien.

e Geef op de *ct*-as van figuur D.44 het verschil in reistijd aan die Gert en Evelien waarnemen.



Figuur D.44